

**O CONHECIMENTO ESPECIALIZADO DO CONTEÚDO EM GEOMETRIA E MEDIDA:
ANÁLISE DO DESEMPENHO DE PROFESSORES DOS 1.º E 2.º CICLOS**

**SPECIALIZED CONTENT KNOWLEDGE IN GEOMETRY AND MEASURE: ANALYSIS OF THE
PERFORMANCE OF 1ST AND 2ND CYCLE TEACHERS**

**CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL CONTENIDO EN GEOMETRÍA Y MEDIDA: ANÁLISIS DEL
RENDIMIENTO DE LOS PROFESORES DE 1º Y 2º CICLO**

Alexandra Gomes¹ & Catarina Vasconcelos Gonçalves²

¹Centro de Investigação em Estudos da Criança (CIEC), Instituto de Educação, Universidade do Minho,
Portugal

²Centro de Investigação & Inovação em Educação (inED), Escola Superior de Educação do Instituto
Politécnico de Viana (ESE-IPVC), Portugal
magomes@ie.uminho.pt

RESUMO | Este estudo investiga o Conhecimento Matemático para Ensinar (MKT) de professores portugueses dos 1.º e 2.º ciclos do Ensino Básico, com foco no Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) na área da Geometria e Medida. A investigação adota um desenho metodológico misto, combinando análise quantitativa e qualitativa. A amostra é composta por 61 professores, que responderam a um questionário baseado no MKT, seguido de entrevistas cognitivas com dois docentes selecionados. A análise dos dados permitiu identificar dificuldades significativas na interpretação de definições geométricas, na avaliação de afirmações matemáticas e na validação de argumentos dos alunos. Os resultados destacam a necessidade de reforçar a formação inicial e contínua dos professores, de modo a promover um ensino mais estruturado e eficaz da Geometria.

PALAVRAS-CHAVE: Conhecimento Matemático para ensinar, Conhecimento especializado do conteúdo, Geometria, professores do ensino básico, Formação de professores.

ABSTRACT | This study investigates the Mathematical Knowledge to Teach (MKT) of Portuguese elementary school teachers, with a focus on Specialized Content Knowledge (SCK) in the area of Geometry and Measurement. The research adopts a mixed methodological design, combining quantitative and qualitative analysis. The sample consisted of 61 teachers, who answered a questionnaire based on MKT, followed by cognitive interviews with two selected teachers. The data analysis identified significant difficulties in interpreting geometric definitions, evaluating mathematical statements and validating students' arguments. The results highlight the need to strengthen initial and ongoing teacher training in order to promote more structured and effective teaching of geometry.

KEYWORDS: Mathematical knowledge for teaching, Specialized content knowledge, Geometry, Elementary teachers, Teacher education.

RESUMEN | Este estudio investiga el Conocimiento Matemático para Enseñar (MKT) de los profesores portugueses de primaria y secundaria, centrándose en el Conocimiento Especializado del Contenido (SCK) en el área de Geometría y Medida. La investigación adopta un diseño metodológico mixto, combinando análisis cuantitativo y cualitativo. La muestra consistió en 61 profesores, que respondieron a un cuestionario basado en MKT, seguido de entrevistas cognitivas con dos profesores seleccionados. El análisis de los datos identificó dificultades significativas en la interpretación de definiciones geométricas, la evaluación de enunciados matemáticos y la validación de los argumentos de los alumnos. Los resultados ponen de manifiesto la necesidad de reforzar la formación inicial y permanente del profesorado para promover una enseñanza más estructurada y eficaz de la geometría.

PALABRAS CLAVE: Conocimientos matemáticos para la enseñanza, Conocimientos especializados del contenido, geometría, Profesores de primaria, Formación del profesorado.

1. INTRODUÇÃO

A matemática elementar caracteriza-se como a base do edifício na aprendizagem da matemática dos alunos. A matemática elementar é fundamental, pois “constitui os alicerces da futura aprendizagem matemática e contém as ferramentas e os rudimentos de muitos conceitos importantes em ramos mais avançados da disciplina” (Ma, 1999, p. 207).

Logo, exige-se do professor um conhecimento sólido e articulado da matemática elementar. Estudos mostram que o conhecimento do professor, especialmente dos primeiros anos, é insatisfatório (Charalambous, 2016; Pincheira & Alsina, 2025; Ribeiro, 2018; Segura et al., 2025). Um dos domínios onde esta falta de conhecimentos é visível é o da geometria (Browning et al., 2014; Gomes, 2021; Kurt-Birel et al., 2020; Liñán-García et al., 2021; Nurnberger-Haag et al., 2020). Por outro lado, há evidências de que o conhecimento matemático dos professores influencia diretamente a aprendizagem dos alunos (Baumert et al., 2010; Charalambous et al., 2020), sendo o Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) um fator crítico para um ensino eficaz da Geometria.

Professores com um SCK bem desenvolvido são capazes de estruturar o conhecimento de maneira acessível, fazer conexões entre diferentes conceitos geométricos e utilizar estratégias pedagógicas que favorecem a aprendizagem significativa. No entanto, estudos indicam que muitos professores possuem lacunas conceptuais que dificultam a sua atuação em sala de aula, levando a práticas que se limitam à memorização de definições e procedimentos (Couto, 2015; Mukuka & Alex, 2024; Ulusoy, 2021).

Este artigo examina a competência de professores portugueses dos primeiros anos do Ensino Básico na interpretação de conceitos geométricos, contribuindo para a literatura sobre formação docente e fornecendo *insights* que podem orientar programas de formação inicial ou contínua. Especificamente, procura responder à seguinte questão: De que forma professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico (CEB) mobilizam o Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) na interpretação e análise de conceitos geométricos, incluindo a compreensão de definições, a avaliação de afirmações matemáticas e a apreciação de argumentos de alunos no contexto da Geometria?

2. REVISÃO DA LITERATURA

Ao longo dos anos têm sido realizados vários estudos que patenteiam a importância do professor e do seu conhecimento na aprendizagem dos alunos. A eficácia e os níveis de desempenho dos professores têm influência na aprendizagem dos alunos, sendo que a qualidade dos professores é o fator mais determinante na aprendizagem dos alunos, qualidade essa que é influenciada pelo seu conhecimento (Barber & Mourshed, 2007; Ekmekci & Serrano, 2022; Heck, 2007; Lee & Santagata, 2020).

Deste modo, o conhecimento do professor é considerado, inquestionavelmente, central nos processos de ensino e de aprendizagem, uma vez que é o professor que toma as decisões sobre o que se vai realizar na sala de aula, de que forma é que os alunos vão trabalhar e que conceitos vão aprender. Desde a década de 1980 têm-se desenvolvido novas perspetivas acerca do conhecimento dos professores (e.g., Elbaz, 1983; Schön, 1983 e Shulman, 1986), que determinaram as temáticas de estudo acerca dos professores.

Shulman destacou-se como um dos principais investigadores desta temática, tendo revolucionado as investigações sobre o conhecimento do professor, na medida em que focou e destacou o estudo do conhecimento do conteúdo por parte do professor. Seguindo a convicção de Shulman (1986, 1987) de que o ensino requer um tipo especial de conhecimento de conteúdo, Ball e colegas, questionaram-se acerca daquilo que, na prática, “os professores precisam de saber sobre matemática para terem sucesso com os seus alunos” (Ball et al., 2005, p. 17). Os investigadores construíram um conjunto de questões de escolha múltipla, que pretendia “representar o conhecimento matemático usado no ensino da matemática elementar” (Hill et al., 2004, p.14). Estas questões permitem, entre outros aspetos, estudar e categorizar o “Mathematical Knowledge for Teaching” (MKT).

A estrutura para o MKT apresentada por Hill et al. (2004) está dividida em dois tipos de conhecimento: o Conhecimento do Conteúdo (*Subject Matter Knowledge - SMK*) e o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (*Pedagogical Content Knowledge - PCK*). Dado o foco deste artigo, destacamos o domínio Conhecimento do Conteúdo. Este distingue o Conhecimento Comum do Conteúdo (*Common Content knowledge - CCK*), o Conhecimento Especializado do Conteúdo (*Specialized Content Knowledge - SCK*), e inclui também o Conhecimento no horizonte matemático (*Knowledge at the mathematical horizon - HCK*) (Ball et al., 2008).

Segundo Ball et al. (2008), o Conhecimento Comum do Conteúdo é o conhecimento necessário para efetuar “um simples cálculo ou responder corretamente a um dado problema” (p. 399). Apesar de denominarem este conhecimento de “comum”, estes autores explicam que nem todas as pessoas possuem este conhecimento, reforçando também que este não é um conhecimento único para ensinar. Relativamente ao Conhecimento Especializado do Conteúdo, foi definido como o conhecimento matemático utilizado apenas pelos professores, tal como “construir ou examinar representações alternativas, fornecer explicações e avaliar métodos não convencionais dos alunos” (Hill et al., 2004, p. 16). No caso da Geometria, o SCK inclui saber-se, por exemplo, um conjunto de definições de figuras que são compreensíveis por parte dos alunos em diferentes níveis de ensino, com diferentes especificidades matemáticas. Envolve também a capacidade de analisar definições, selecionar representações eficazes e adaptar explicações para diferentes níveis de compreensão dos alunos (Liñán-García et al., 2021).

Na geometria, a importância das definições matemáticas é irredutível (Fujita et al., 2019; Tirosh & Tsamir, 2022). De acordo com Zazkis e Leikin (2008), “A definição de um conceito, uma vez determinada num currículo, influencia a abordagem do ensino da matemática, a sequência de aprendizagem, o conjunto de teoremas e provas”. Também as representações desempenham um papel crucial no ensino e na aprendizagem da geometria (Arcavi, 2003; Desai et al., 2021). No ensino da Geometria, um professor com um SCK bem desenvolvido deve ser capaz de explicar conceitos geométricos de diferentes maneiras (Ball et al., 2008), utilizando representações gráficas, materiais manipuláveis e argumentos formais para tornar a aprendizagem mais acessível. Além disso, os conhecimentos de Geometria dos professores devem envolver a compreensão dos processos de raciocínio matemático, como a generalização e a justificação (Dimmel & Herbst, 2018). Este conhecimento influencia o planeamento e a execução das aulas, nomeadamente na promoção das capacidades de visualização e de estruturação espacial dos alunos durante as tarefas geométricas (Brunheira et al., 2023).

Vários estudos têm mostrado que os professores, em particular de anos iniciais, apresentam lacunas significativas no conhecimento geométrico (por exemplo, Arwadi et al.,

2023; Kim, 2024; Mukuka & Alex, 2024; Shayeb et al, 2024). Em particular, deficiências no SCK comprometem a clareza das explicações e a estruturação do conhecimento geométrico na sala de aula. Muitos professores demonstram dificuldades na formulação de definições geométricas rigorosas e na avaliação da plausibilidade de argumentos matemáticos, o que pode levar a conceções erróneas por parte dos alunos (Couto, 2015; Gomes, 2003). Além disso, a ausência de um conhecimento especializado robusto pode resultar em práticas pedagógicas excessivamente procedimentais, limitando o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes.

3. METODOLOGIA

Este estudo insere-se numa investigação mais ampla (Gonçalves, 2020), de natureza qualitativa com uma componente quantitativa descritiva (Creswell, J.W. & Creswell, J.D., 2018), cujo objetivo final foi analisar o conhecimento matemático de professores do 1.º e 2.º CEB, em Portugal.

A investigação combinou a aplicação de um questionário para avaliação do MKT com a realização de entrevistas cognitivas. O questionário foi construído e validado a partir dos instrumentos “*Elementary Number Concepts and Operations – Content Knowledge 2008*, versão B” e “*Elementary Geometry – Content Knowledge 2004*, versão B”, originalmente desenvolvidos pelo grupo de investigação de Michigan no âmbito do projeto *Learning Mathematics for Teaching* (LMT) (Hill et al., 2004).

O questionário final (Gonçalves, 2020), composto por 24 itens, foi aplicado aos professores participantes e os dados recolhidos foram analisados por meio de estatística descritiva.

Posteriormente à aplicação do questionário foram selecionados dois docentes que foram submetidos a entrevistas cognitivas, com a finalidade de verificar, através das suas prestações nas entrevistas, se as respostas que deram ao questionário são consistentemente adequadas ao seu raciocínio. Estas entrevistas serviram ainda para caracterizar o seu conhecimento matemático, descrevendo os conceitos, processos e raciocínios que realizam.

A análise de conteúdo seguiu Bardin (2009), com categorias definidas a priori com base no quadro teórico do SCK (Ball et al., 2008; Hill et al., 2004):

- Capacidade de analisar definições matemáticas;
- Capacidade de avaliar afirmações matemáticas;
- Capacidade de avaliar a plausibilidade dos argumentos dos alunos.

3.1 Participantes

Participaram neste estudo 61 professores do Norte de Portugal, que lecionavam nos distritos de Braga e Porto. Os participantes foram recrutados através da técnica de “bola de neve” (Carmo & Ferreira, 2008), resultando num grupo de conveniência, não representativo da população docente dos 1.º e 2.º CEB. Todos os participantes foram devidamente informados sobre os objetivos do estudo, os procedimentos envolvidos e o uso dos dados recolhidos, tendo manifestado o seu consentimento para participar, em conformidade com os princípios éticos da investigação com seres humanos, nomeadamente os previstos na Declaração de Helsínquia.

Dos 61 professores, 79 % (48) são do sexo feminino, 16 % (10) do masculino, sendo que três professores não indicaram o seu sexo. A maioria dos professores, 59% (36), leciona no 1.º ciclo do Ensino Básico, 35% (21) lecionam Matemática no 2.º ciclo e 3% (2) lecionam anos relativos aos 1.º e 2.º ciclos. 3% (2) dos professores não responderam a esta questão.

Como já foi referido, após a aplicação do questionário aos 61 professores foram selecionados dois professores para serem entrevistados.

A seleção foi feita intencionalmente para assegurar variabilidade nos seguintes parâmetros:

- resultado obtido aquando da realização do questionário de medição do MKT;
- tempo de serviço docente;
- nível de ensino que leciona;

Foram escolhidos os professores Maria e Pedro, cujas características se apresentam na tabela 1.

Tabela 1- Dados dos entrevistados. Adaptado de Gonçalves (2020)

Nome	Classificação no teste	Tempo de serviço docente	Nível de ensino que leciona	Tipo de escola
Maria	50%	22 anos	2.º ciclo	Pública
Pedro	92%	6 anos	1.º ciclo	Privada

3.2. As questões

Para este artigo selecionaram-se três questões do domínio “Geometria e Medida” que avaliam o SCK. Devido a restrições de confidencialidade definidas pelos autores do projeto LMT (Hill et al., 2004), não é possível apresentar integralmente as questões utilizadas. No entanto, será feita a respetiva descrição e caracterização, com base em dois parâmetros fundamentais: o conteúdo matemático abordado e o tipo de tarefa cognitiva que é exigida, como se pode ver na tabela 2.

Tabela 2- Caracterização das questões em estudo. Adaptado de Gonçalves (2020)

Questão	Conteúdo matemático	Descrição da tarefa
1	Definição de trapézio	Os professores têm que analisar duas definições de trapézio contidas em manuais diferentes e identificar consequências de cada uma delas na classificação dos quadriláteros.
2	Noções de paralelepípedo, de área e de volume	Considerando a duplicação de dimensões de um paralelepípedo, os professores tinham que identificar a afirmação verdadeira dentre várias feitas pelos alunos.
3	Área do triângulo	Analisar argumentos dos alunos e identificar o correto.

4. RESULTADOS

4.1. Questão 1

A questão 1, originalmente incluída no teste de avaliação do MKT, apresenta duas definições de trapézio — atribuídas no enunciado a um manual de professor e a um livro de métodos matemáticos — e requer a análise das suas implicações na classificação dos quadriláteros.

A definições apresentadas são:

- um trapézio é um quadrilátero com exatamente um par de lados paralelos;
- um trapézio é um quadrilátero com pelo menos um par de lados paralelos.

Para responder corretamente a esta questão, um professor teria de reconhecer que as definições não são equivalentes e que, de acordo com a segunda definição, um retângulo é um trapézio, mas não é de acordo com a primeira definição.

Como se observa na tabela 3, 34 professores identificaram corretamente as implicações das definições de trapézio na classificação dos quadriláteros, mas 21 não selecionaram a opção correta e 6 não responderam.

Tabela 3- Resposta à questão 1. Adaptado de Gonçalves (2020)

Caracterização da resposta	Frequência	Porcentagem
Incorreta	21	35
Correta	34	55
Não responde	6	10
Total	61	100

Quanto aos professores entrevistados, a Maria respondeu incorretamente e o Rui respondeu corretamente.

A professora Maria referiu na entrevista, que, na sua opinião, um retângulo é um trapézio de acordo com as duas definições apresentadas. Inicialmente, descreveu um retângulo como um quadrilátero com exatamente um par de lados paralelos, mas confrontada com a segunda definição, mencionou que um retângulo é um quadrilátero com pelo menos um par de lados paralelos, o que parece indicar fragilidades na formulação matemática rigorosa.

Como se patenteia no excerto da entrevista em baixo (Gonçalves, 2020), Maria foca-se naquilo que considera que os alunos compreendem e explica o seu raciocínio tendo apenas isso em conta.

Maria – Os alunos não percebem as definições de Geometria. Para eles, “pelo menos” e “exatamente” é a mesma coisa.

Investigadora – Mas não considera importante que desde os primeiros anos os alunos compreendam o significado das palavras e o que, em termos matemáticos, essas palavras conduzem?

Maria – Sim..., mas as definições são demasiado abstratas... eles não percebem. Não têm maturidade para perceber a diferença.

Por sua vez, o outro professor entrevistado, o professor Pedro, selecionou a resposta correta na questão 1 e justificou a sua escolha na entrevista, demonstrando consistência entre o questionário e a entrevista.

Ao justificar que um retângulo é um trapézio de acordo com a segunda definição, mas não o é de acordo com a primeira, o Pedro refere (Gonçalves, 2020):

Pedro – Um retângulo é um quadrilátero com quatro ângulos retos, logo se tem quatro ângulos retos tem lados paralelos, dois a dois. E por isso, a definição 1 é falsa, pois diz “exatamente um par de lados paralelos”. A definição 2 é verdadeira, pois ao dizer “pelo menos” permite que se considere dois pares de lados paralelos. Fica apenas por considerar a hipótese D “todos os quadriláteros são trapézios pela definição 2”. A definição de quadrilátero é uma figura com quatro lados. Ora bastar-me-ia arranjar um quadrilátero sem lados paralelos. Logo, a D também é falsa.

Neste excerto, o professor Pedro consegue analisar as duas definições de trapézio presentes em dois manuais diferentes e identificar as implicações de uma e de outra na classificação de quadriláteros, em particular constatando se o retângulo é ou não um caso particular de trapézio de acordo com as definições dadas.

Além disso, destaca-se que, neste trecho, o docente fundamenta o seu raciocínio, evidenciando possuir um conjunto de conhecimentos interconectados. O professor Pedro, dessa forma, demonstra ter um conhecimento conceitual (Hiebert & Lefevre, 1986).

4.2. Questão 2

Nesta questão apresenta-se um problema matemático que envolve as noções de paralelepípedo, de área e de volume.

Esta pergunta exigia um SCK por parte do professor, na medida que tinha de identificar de entre as afirmações matemáticas dadas pelos alunos a afirmação verdadeira, isto é, além do conteúdo, o professor tinha de ser capaz de analisar várias respostas e avaliar a sua validade.

Observando-se a tabela 4, responderam corretamente 57,4% (35) dos professores, tendo os restantes 42,6% respondido incorretamente ou não respondido.

Tabela 4 - Resposta à questão 2. Adaptado de Gonçalves (2020)

Caracterização da resposta	Frequência	Porcentagem
Incorreta	21	34,4
Correta	35	57,4
Não responde	5	8,2
Total	61	100

Quanto aos professores entrevistados, a professora Maria respondeu erradamente enquanto o professor Pedro respondeu corretamente.

A professora Maria manteve a sua resposta na entrevista, justificando-a, como se pode ver no extrato em baixo:

Maria – Então... se tenho uma piscina retangular e se duplicar o comprimento e a largura, e mantenho a profundidade, preciso do dobro da água para encher a piscina. Sim.

O professor Pedro também manteve a sua resposta aquando da entrevista.

Para justificar a sua resposta, recorreu a uma representação e elaborou um esboço, como se apresenta na figura 1, em baixo.



Figura 2 Representação geométrica do Professor Pedro em resposta à questão 2. Fonte: Gonçalves (2020)

O professor Pedro refere o uso das representações gráficas da seguinte forma:

Pedro – Devemos trabalhar a geometria com ferramentas que nos protejam, auxiliem a cabeça, o auxílio do desenho, ... e é isso que o professor deve dominar.

Eu não acho razoável que um professor tenha de resolver isto em total abstração.

A matemática tem uma componente lúdica e até de uma certa finta que nos leva a dar respostas erradas por sermos induzidos em erro... ora, para mim faz todo o sentido que os professores recorram a auxílio e o desenho é um deles. Acho que é muito importante de ser ensinado às crianças.

Este exemplo é um exemplo que através de um desenho não há nenhuma margem para um professor errar.

O uso de representações no ensino da Geometria e da Matemática em geral, é importante, uma vez que, segundo NCTM (1991), “representar é uma forma importante de comunicar ideias matemáticas (...). Representar envolve traduzir um problema ou uma ideia numa nova forma (...)” (p. 34).

4.3. Questão 3

Esta pergunta diz respeito ao conceito de área de um triângulo.

Nesta questão apresenta-se uma representação de dois triângulos inscritos num retângulo e argumentos de alunos a justificar porque os triângulos têm a mesma área.

Nesta pergunta, um professor tinha de avaliar a plausibilidade das questões (reivindicações) dos alunos (Ball, et al., 2005), utilizando assim um SCK.

Da análise das respostas a esta pergunta, constatou-se que 36 docentes identificaram corretamente a justificação para a igualdade de áreas de dois triângulos, enquanto 20 docentes selecionaram um dos argumentos errados apresentados e 5 deixaram a questão por responder, como se pode ver na tabela 5.

Tabela 5 - Resposta à questão 3. Adaptado de Gonçalves (2020)

Caracterização da resposta	Frequência	Percentagem
Incorreta	20	32,8
Correta	36	59
Não responde	5	8,2
Total	61	100

Relativamente aos professores entrevistados, ambos responderam corretamente.

A professora Maria justificou o seu raciocínio na entrevista (Gonçalves, 2020).

Maria – Esta questão para mim foi mais fácil... e penso que para os alunos também seria, pois iriam focar-se na fórmula da área do triângulo base vezes altura sobre dois. Como os dois triângulos têm a mesma base e a mesma altura, substituindo na fórmula têm a mesma área.

Também o Professor Pedro explicou (Gonçalves, 2020):

Pedro – Esta questão era fácil... se os dois triângulos estão inscritos no retângulo... a segunda afirmação é verdadeira, pois é verdade que os triângulos tenham a mesma base e a mesma altura, logo, pensando-se na fórmula da área do retângulo, têm a mesma área.

5. DISCUSSÃO

A discussão dos resultados permite identificar diferentes manifestações do Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) entre os professores, evidenciando relações entre o desempenho nas tarefas e tipos de raciocínio mobilizados.

A Questão 1 evidenciou a importância de um SCK robusto para compreender as implicações lógicas das definições matemáticas. Embora a maioria dos professores tenha conseguido identificar corretamente a distinção entre as duas definições de trapézio, um número significativo (21 professores) revelou dificuldades, o que pode evidenciar fragilidades conceptuais no entendimento das propriedades dos quadriláteros. Estes resultados estão em consonância com conclusões de outros estudos, como o de Kurt-Birel et al. (2020). O caso da professora Maria destaca essa limitação, pois a sua dificuldade em diferenciar as definições revela uma compreensão limitada da relação entre conceitos matemáticos. A análise da sua resposta indica uma valorização limitada do papel das definições, não só porque não distingue termos nelas incluídos (por exemplo, não distinguiu “pelo menos” de “exatamente”), mas também porque refere que “os alunos não percebem as definições”. Ora, o papel das definições, especialmente

no âmbito da Geometria, é crucial, pois permitem organizar dedutivamente as propriedades de um objeto, relacionando-o com os demais e construindo, assim, um sistema orgânico de definições e uma rede articulada de conceitos e subconceitos. As definições de conceitos matemáticos, as estruturas que lhes estão subjacentes e o próprio processo de definição constituem componentes fundamentais do conhecimento do conteúdo (SMK) por parte dos professores de matemática (Tirosh & Tsamir, 2021; Zazkis & Leikin 2008).

Em contraste, o professor Pedro demonstrou um conhecimento mais elaborado, refletindo um pensamento matematicamente estruturado e interligado, no sentido atribuído por Hiebert e Lefevre (1986) e Long (2005).

Na Questão 2, que exigia avaliação crítica de afirmações matemáticas, os resultados sugerem uma distribuição desigual do SCK entre os participantes, com 42,6% respondendo incorretamente ou deixando a questão em branco. O caso de Maria exemplifica uma dificuldade comum: a aplicação inadequada da proporcionalidade em problemas de dimensões geométricas, um erro documentado na literatura (Ball et al., 2008). Essa dificuldade pode decorrer de um ensino excessivamente baseado em algoritmos, sem uma compreensão conceptual adequada das relações entre grandezas geométricas. Além disso, a justificativa apresentada por Maria sugere uma abordagem intuitiva, baseada em experiências práticas, mas que carece de rigor matemático. Por outro lado, o professor Pedro evidenciou um uso adequado de representações que enfatizam a importância das representações visuais no ensino da geometria. O recurso a representações gráficas, conforme defendido por este professor, tem sido amplamente recomendado por pesquisas em ensino da matemática (Arcavi, 2003; Desai et al., 2021), pois permite melhor visualização das relações espaciais e favorece o raciocínio geométrico estruturado. A postura de Pedro indica um domínio mais sólido do SCK, ao reconhecer que o uso de desenhos pode servir tanto como uma ferramenta de resolução de problemas quanto como um suporte pedagógico para os alunos, promovendo uma aprendizagem mais significativa.

Finalmente, a Questão 3 reforça a relevância do SCK na avaliação da plausibilidade dos argumentos dos alunos. Constatou-se que a maioria dos professores avaliou corretamente a validade do argumento dos alunos. Pelas entrevistas é possível verificar que as respostas se baseiam no conhecimento da fórmula para a área do triângulo, ou seja, estão ancoradas num conhecimento processual (Hiebert & Lefevre, 1986; Stovner & Klette, 2022), apoiado no domínio de regras e procedimentos. No entanto, a diferença entre os dois professores nas outras questões sugere que um SCK mais estruturado é essencial para lidar com situações matematicamente mais complexas, o que está em consonância com estudos sobre a necessidade de conhecimento profundo para ensinar matemática de forma eficaz (Ball et al., 2008). Portanto, os dados reforçam a necessidade de uma formação docente que privilegie o aprofundamento do SCK em geometria, garantindo que os professores possam não apenas dominar os conteúdos, mas também avaliar criticamente definições, argumentos e afirmações matemáticas de forma coerente.

6. CONCLUSÕES

Este estudo contribui para a compreensão das principais lacunas no SCK dos professores do 1.º e 2.º CEB em Geometria, identificando áreas críticas como a análise de definições, avaliação de argumentos e uso de representações.

No geral, o desempenho dos professores participantes neste estudo revelou-se insuficiente na resolução das tarefas propostas, que envolviam conceitos de Geometria e Medida. Tais resultados estão em consonância com investigações anteriores, apontando que a maioria dos professores tende a apoiar-se em conhecimentos procedimentais, em detrimento de uma compreensão conceptual aprofundada.

Dessa forma, é possível responder à questão de investigação formulada: os professores participantes demonstram um Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) limitado na interpretação e análise de conceitos geométricos. Especificamente, evidenciaram dificuldades na compreensão das definições geométricas e na identificação das suas implicações formais, o que pode levar à propagação de concepções erradas no ensino da Geometria. Além disso, os resultados indicam fragilidades na avaliação de afirmações matemáticas, sobretudo quando estas exigem um entendimento mais aprofundado das propriedades geométricas. Muitos professores recorrem à memorização de regras, sem uma real compreensão dos conceitos subjacentes.

Por fim, a análise das entrevistas revelou que a validação dos argumentos dos alunos pelos professores é frequentemente influenciada pela sua dependência de procedimentos mecânicos. A falta de um entendimento estruturado do pensamento geométrico dificulta a avaliação de justificações baseadas em raciocínio espacial e representações visuais, evidenciando lacunas significativas no seu SCK.

A identificação dessas fragilidades no Conhecimento Especializado do Conteúdo reforça a necessidade de uma formação docente que vá além do domínio de procedimentos e que promova uma compreensão mais profunda e integrada da Geometria. Estes resultados sublinham a importância de investir no desenvolvimento do conhecimento matemático dos professores, de forma a melhorar a qualidade do ensino e, consequentemente, a aprendizagem dos alunos.

7. IMPLICAÇÕES

Os resultados deste estudo destacam a necessidade de reforçar a formação inicial e contínua dos professores, de modo a promover um ensino mais estruturado e eficaz da Geometria. A análise qualitativa das entrevistas evidencia a importância de uma abordagem formativa que contemple explicitamente o Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK), fornecendo estratégias didáticas que favoreçam a compreensão conceptual e a aplicação de práticas pedagógicas adequadas ao ensino da Geometria nos primeiros anos do ensino básico.

Neste sentido, é fundamental que a formação inclua estratégias para a análise crítica de definições e argumentos matemáticos, capacitando os docentes para identificar e corrigir dificuldades conceptuais dos alunos. Outra implicação relevante é a necessidade de integrar abordagens didáticas que enfatizem o uso de representações e visualizações geométricas, a fim de minimizar equívocos e tornar a aprendizagem mais significativa. Por fim, os dados apontam para a importância de pesquisas futuras que investiguem em maior profundidade como o SCK pode ser desenvolvido ao longo da carreira docente, contribuindo para uma prática pedagógica mais qualificada e eficaz.

Reconhece-se que os 61 participantes não constituem uma amostra representativa, mas sim um grupo intencionalmente selecionado via amostragem por conveniência ("bola de neve"), o que limita a generalização dos resultados. Ainda assim, os dados obtidos fornecem indícios

relevantes sobre a natureza do SCK em contextos reais de ensino. Investigações futuras podem ampliar a análise para diferentes contextos educativos e explorar metodologias de formação mais eficazes para o desenvolvimento do SCK dos professores, garantindo um impacto positivo na aprendizagem dos alunos.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi financiado por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia - no âmbito do Centro de Investigação em Estudos da Criança da Universidade do Minho com a referência UID/00317: Centro de Investigação em Estudos da Criança.

REFERÊNCIAS

- Arcavi, A. (2003). The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215–241. <http://www.jstor.org/stable/3483015>
- Arwadi, F., Sidjara, S., & Suarlin. (2023). The Pedagogical Content Knowledge of Mathematics Pre-Service Teachers on Geometry Topic in Universitas Negeri Makassar. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 12(4), 759–770. <https://doi.org/10.31980/mosharafa.v12i4.1189>
- Ball, D.L., Hill, H., & Bass, H. (2005). Knowing Mathematics for Teaching. Who knows Mathematics Well Enough To Teach Third Grade, and How Can We Decide? *American Educator*, 29(1), 14-17, 20-22, 43-46. <https://hdl.handle.net/2027.42/65072>
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Barber, M., & Mourshed, M. (2007). *How the world's best performing school systems come out on top*. McKinsey & Company.
- Bardin, L. (2009). *Análise de conteúdo*. Edições 70.
- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., Klusmann, U., Krauss, S., Neubrand, M., & Tsai, Y. (2010). Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, 47(1), 133-180.
- Browning, C. A., Edson, A. J., Kimani, P. M., & Aslan-Tutak, F. (2014). Mathematical content knowledge for teaching elementary mathematics: A focus on geometry and measurement. *The Mathematics Enthusiast*, 11(2), 241-272. <https://doi.org/10.54870/15513440>
- Brunheira, L., Serrazina, L., & Rodrigues, M. (2023). Preservice and In-Service Primary Teachers' Knowledge of Mathematical Reasoning Processes in the Context of a Geometry Task. *Acta Scientiae*, 24(8), 567–591. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.7122>.
- Carmo, H., & Ferreira, M. M. (2008). *Metodologia da Investigação - Guia para Auto-Aprendizagem* (2.ª Edição). Universidade Aberta.
- Charalambous, C. Y. (2016). Investigating the knowledge needed for teaching mathematics: An exploratory validation study focusing on teaching practices. *Journal of Teacher Education*, 67(3), 220-237. <https://doi.org/10.1177/0022487116634168>
- Charalambous, C. Y., Hill, H. C., Chin, M. J., & McGinn, D. (2020). Mathematical content knowledge and knowledge for teaching: Exploring their distinguishability and contribution to student learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(6), 579- 613. <https://doi.org/10.1007/s10857-019-09443-2>

- Couto, A. (2015). *A Formação Inicial de Professores do Ensino Básico e a Geometria: Um estudo de dois casos* [Tese de Doutoramento não publicada]. Departamento de Ciências da Educação e do Património da Universidade Portucalense.
- Creswell, J.W., & Creswell, J.D. (2018) *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* (5th Ed). Sage.
- Desai, S., Bush, S., & Safi, F. (2021). Mathematical representations in the teaching and learning of geometry: A review of the literature from the United States. *The Electronic Journal for Research in Science & Mathematics Education*, 25(4), 6-22.
- Dimmel, J.; Herbst, P. (2018). What Details Do Teachers Expect from Student Proofs? A Study of Proof Checking in Geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 49, 261–291. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.49.3.0261>
- Elbaz, F. (1983). *Teacher thinking: A study of practical knowledge*. Croom Helm.
- Ekmekci, A., & Serrano, D. M. (2022). The impact of teacher quality on student motivation, achievement, and persistence in science and mathematics. *Education Sciences*, 12(10), Article 649. <https://doi.org/10.3390/educsci12100649>
- Fujita, T., Doney, J. & Wegerif, R. (2019). Students' collaborative decision-making processes in defining and classifying quadrilaterals: a semiotic/dialogic approach. *Educational Studies in Mathematics*, 101, 341–356. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09892-9>
- Gomes, A. (2003). *Um estudo sobre o Conhecimento matemático de (futuros) professores do 1.º Ciclo – O problema dos conceitos fundamentais em geometria* [Tese de Doutoramento não publicada]. Universidade do Minho.
- Gomes, A. (2021). Que conhecimento matemático para ensinar nos anos iniciais? Desafios para a formação. *Roteiro*, 46, e23839. <https://doi.org/10.18593/r.v46i.23839>.
- Gonçalves, C. V. (2020). *O conhecimento matemático de professores portugueses de matemática dos primeiros anos* [Tese de Doutoramento não publicada]. Universidade do Minho.
- Heck, R. H. (2007). Examining the relationship between teacher quality as an organizational property of schools and students' achievement and growth rates. *Educational administration quarterly*, 43(4), 399-432.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. In J. H. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: the case of Mathematics* (pp. 1-27). Lawrence Erlbaum Associates.
- Hill, H. C., Schilling S. G. & Ball, D. L. (2004). Developing Measures of Teachers' Mathematics Knowledge for Teaching. *The Elementary Journal*, 105(1), 11-30.
- Long, C. (2005). Maths concepts in teaching: Procedural and conceptual knowledge. *Pythagoras*, 2005(62), 59-65.
- Kim, Y. (2024). A study on the development and analysis of a test of pedagogical content knowledge (PCK) of elementary school pre-service teachers in the areas of geometry and measurement. *Korean Association For Learner-Centered Curriculum And Instruction*, 24(20), 777–792. <https://doi.org/10.22251/ilcci.2024.24.20.777>
- Kurt-Birel, G., Deniz, Ş., & Önel, F. (2020). Analysis of primary school teachers' knowledge of geometry. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 12(4), 303-309.
- Lee, J., & Santagata, R. (2020). A longitudinal study of novice primary school teachers' knowledge and quality of mathematics instruction. *ZDM Mathematics Education* 52, 295–309. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01123-y>
- Liñán-García, M.d.M., Muñoz-Catalán, M.C., Contreras, L.C., & Barrera-Castarnado, V.J. (2021). Specialised Knowledge for Teaching Geometry in a Primary Education Class: Analysis from the Knowledge Mobilized by a Teacher and the Knowledge Evoked in the Researcher. *Mathematics*, 9, 2805. <https://doi.org/10.3390/math9212805>
- Ma, L. (1999). *Saber e Ensinar Matemática Elementar*. Gradiva.

- Mukuka, A., & Alex, J. K. (2024). Student teachers' knowledge of school-level geometry: Implications for teaching and learning. *European Journal of Educational Research*, 13(3), 1375-1389. <https://doi.org/10.12973/euer.13.3.1375>
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*.
- Nurnberger-Haag, J., Singh, R., & Wernet, J.L. (2020). An Atypical Approach to Improve Typical Issues with pre-service teachers' geometric shape knowledge. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers*, 1.
- Pincheira, N., & Alsina, Á. (2025). Mathematical Knowledge of Early Algebra Exhibited by Pre-Service Early Childhood Education Teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 23, 461–487. <https://doi.org/10.1007/s10763-024-10478-y>
- Ribeiro, M. (2018). Das generalidades às especificidades do conhecimento do professor que ensina matemática: metodologias na conceitualização (entender e desenvolver) do conhecimento interpretativo. In Andréia Oliveira e M^a Isabel Ortigão (Orgs.) *Abordagens teóricas e metodológicas nas pesquisas em Educação Matemática* (pp.167-185). SBEM
- Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. Avebury.
- Segura, C., Gallart, C., & Ferrando, I. (2025). Influence of pre-service primary school teachers' prior knowledge of measurement and measurement estimation in solving modelling problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*. <https://doi.org/10.1007/s10857-025-09685-3>
- Shayeb, H., Shahbari, J.A., & Haj-Yahya, A. (2024). First- and second-grade prospective teachers reconstructing definitions of polygon diagonals. *Mathematics Education Research Journal*. <https://doi.org/10.1007/s13394-024-00495-z>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>
- Stovner, R. B., & Klette, K. (2022). Teacher feedback on procedural skills, conceptual understanding, and mathematical practices: A video study in lower secondary mathematics classrooms. *Teaching and Teacher Education*, 110, 103593. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2021.103593>
- Tirosh, D. & Tsamir, P. (2022). Missing and Mis-in Concept Images of Parallelograms: the Case of Tal. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20, 981–997. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10175-0>
- Ulusoy, F. (2021). Prospective Early Childhood and Elementary School Mathematics Teachers' Concept Images and Concept Definitions of Triangles. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19, 1057–1078. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10105-6>
- Zazkis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 131–148. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9131-7>