

**O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA COM ARRIMO DO SIMULADOR PHET: UMA PRÁTICA ANALISADA COM BASE NA TEORIA DOS CONCEITOS FIGURAIS**

THE TEACHING OF QUADRATIC FUNCTION WITH STORAGE OF THE PHET SIMULATOR: A PRACTICE ANALYZED BASED ON THE THEORY OF FIGURAL CONCEPTS

LA ENSEÑANZA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA CON ALMACENAMIENTO DEL SIMULADOR PHET: UNA PRÁCTICA ANALIZADA EN BASE A LA TEORÍA DE LOS CONCEPTOS FIGURALES

**Renata Teófilo de Sousa & Francisco Régis Vieira Alves**

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil  
rtsnaty@gmail.com

**RESUMO** | Este trabalho tem como objetivo apresentar os resultados de uma prática de ensino sobre o tema função quadrática com auxílio do PhET Colorado, analisada pela ótica da Teoria dos Conceitos Figurais no contexto do ensino híbrido, utilizando a metodologia de ensino Flipped Classroom, visando entender como os estudantes associam os coeficientes deste tipo de função à sua imagem gráfica. A metodologia de pesquisa utilizada foi o estudo de caso, sendo esta desenvolvida com um grupo de 45 estudantes do Ensino Médio de uma escola pública brasileira. A atividade proposta foi elaborada a partir da simulação denominada Gráfico de Quadráticas, disponível no simulador PhET, e foi desenvolvida em duas etapas, uma de forma virtual e a outra presencial. Os resultados nos mostram a necessidade de se explorar o estudo da função quadrática com uso da tecnologia sob uma perspectiva mais dinâmica, em que reforçamos a importância da manipulação realizada no simulador para a compreensão da relação existente entre os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  da função e o comportamento de seu gráfico, sendo um potencial recurso na aprendizagem deste assunto pelos estudantes.

**PALAVRAS-CHAVE:** Função do 2º grau, Tecnologia, Ensino de Matemática, Ensino Híbrido.

**ABSTRACT** | This work aims to present the results of a teaching practice about the theme quadratic function with the help of PhET Colorado, analyzed from the perspective of the Theory of Figural Concepts in the context of hybrid teaching, using the teaching methodology Flipped Classroom, aiming to understand how the students associate the coefficients of this type of function with their graphic image. The research methodology used was the case study, being developed with a group of 45 high school students from a Brazilian public school. The proposed activity was developed from the Quadratic Graphics simulation, available in the PhET simulator and developed in two stages – one virtual and one in person. The results show the need to explore the quadratic function using technology in a more dynamic perspective, reinforcing the importance of manipulating the simulator used to understand the relationship between the function coefficients and the behavior of its graph, being a potential resource in learning this subject by students.

**KEYWORDS:** 2<sup>nd</sup> degree function, Technology, Mathematics Teaching, Hybrid Teaching.

**RESUMEN** | Este trabajo tiene como objetivo presentar los resultados de una práctica de enseñanza sobre el tema función cuadrática con la ayuda de PhET Colorado, analizados desde la perspectiva de la Teoría de los Conceptos Figurales en el contexto de la enseñanza híbrida, utilizando la metodología de enseñanza Flipped Classroom, con el objetivo de comprender cómo los estudiantes asocian los coeficientes de este tipo de función con su imagen gráfica. La metodología de investigación utilizada fue el estudio de caso, siendo desarrollado con un grupo de 45 estudiantes de secundaria de una escuela pública brasileña. La actividad propuesta se desarrolló a partir de la simulación Gráfico de Cuadráticas, disponible en el simulador PhET y desarrollada en dos etapas: una virtual y otra presencial. Los resultados muestran la necesidad de explorar la función cuadrática utilizando la tecnología en una perspectiva más dinámica, reforzando la importancia de manipular el simulador utilizado para entender la relación entre los coeficientes de la función y el comportamiento de su gráfica, siendo un recurso potencial en el aprendizaje de esta materia por estudiantes.

**PALABRAS CLAVE:** Función de 2do grado, Tecnología, Enseñanza de las Matemáticas, Enseñanza Híbrida.

## 1. INTRODUÇÃO

Com a pandemia do Novo Coronavírus, diversos setores, inclusive o educacional, passaram por profundas mudanças em seu formato de trabalho devido ao isolamento social imposto pela crise sanitária ao redor do mundo. O ensino remoto em caráter emergencial foi implementado nas escolas por meio do uso de tecnologias, como forma de minimizar os prejuízos ocasionados pela suspensão das aulas presenciais, dando continuidade ao ano letivo e às atividades escolares (Arruda, 2020).

Contudo, atualmente, muitas das escolas brasileiras encontram-se em um momento de transição, migrando do modelo de ensino remoto para o ensino híbrido, em que parte da rotina de estudos ocorre na escola e a outra parte em ambiente diferente da sala de aula. Segundo Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015, p. 13) “o ensino híbrido é uma abordagem pedagógica que combina atividades presenciais e atividades realizadas por meio das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDICs)”. Assim, neste modelo de ensino almeja-se desenvolver um estudante com perfil mais autônomo, ativo e responsável pela construção do seu conhecimento.

Diante de um contexto de tantas mudanças, a aprendizagem dos estudantes na disciplina de Matemática, que já enfrentava dificuldades mesmo na modalidade de ensino presencial, tem sido comprometida. Como apontam os dados do *PISA for Schools* (Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes, tradução em português) a disciplina de Matemática é considerada o maior percalço na aprendizagem da educação básica (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2019) e nesse contexto pandêmico, as dificuldades foram acentuadas.

Isto posto, na atual conjuntura, a tecnologia além de auxiliar no andamento das atividades durante este período de pandemia, mostrou aos professores diversas possibilidades para além do ensino tradicional, sendo uma maneira de resgatar o desejo destes estudantes em aprender a Matemática, a partir de métodos e metodologias facilitadoras (Maciel, 2018; Oliveira & Pereira, 2021).

Um dos assuntos que os estudantes enfrentam dificuldades de assimilação na educação básica é o estudo das funções, em especial a função quadrática (Calil et al., 2010; Vieira et al., 2021), tanto na interpretação de problemas, quanto na relação entre os elementos da função e as imagens geradas por sua construção gráfica.

Para compreender melhor estas dificuldades, buscamos analisar os resultados da atividade apresentada neste artigo pela óptica da Teoria dos Conceitos Figurais, concebida por Efraim Fischbein, psicólogo romeno e estudioso da aprendizagem no âmbito da Educação Matemática. Segundo Fischbein (1993) a integração entre propriedades conceituais e figurais em estruturas mentais, com a predominância das restrições conceituais sobre as figurais não é um processo natural do pensamento e desenvolvimento cognitivo do estudante em Matemática, devendo este fato receber uma atenção constante do professor.

Com a intenção de auxiliar esta análise, trazemos como recurso o simulador PhET Colorado, fazendo uso de uma simulação denominada “Gráfico de Quadráticas”, para entendermos de que forma os alunos compreendem e relacionam o conceito de função quadrática, seus elementos e a manipulação de seu gráfico, por meio de uma atividade dinâmica. O PhET é uma plataforma elaborada por uma equipe da Universidade do Colorado e traz uma

série de simulações de diferentes fenômenos, direcionados para a área de Ciências e Matemática, de forma divertida e interativa, com o intuito de relacionar os conteúdos da sala de aula com situações reais (Universidade do Colorado, 2020).

Partindo do exposto, o objetivo deste trabalho é apresentar os resultados de uma investigação no ensino de função quadrática com auxílio do PhET Colorado, analisada pela ótica da Teoria dos Conceitos Figurais no contexto do ensino híbrido, utilizando a metodologia de ensino *Flipped Classroom* (Sala de Aula Invertida).

A metodologia de pesquisa adotada para o desenvolvimento deste trabalho foi de natureza qualitativa, do tipo estudo de caso, pois segundo Gil (2002) os frutos resultantes de um estudo de caso são apresentados como hipóteses e não como conclusões. Desta forma, observamos a receptividade dos estudantes com relação à atividade proposta, bem como suas conjecturas e manifestações de aprendizado com uso do PhET.

A realização da atividade proposta ocorreu em uma escola de educação profissionalizante, na cidade de Sobral, Ceará, Brasil, com uma classe de 1º ano do Ensino Médio (faixa etária entre 15 e 16 anos), composta por 45 alunos. O percurso foi dividido em duas etapas: um primeiro momento de forma assíncrona (virtual) e o segundo de forma presencial, no lócus da sala de aula. A coleta de dados foi realizada por meio de registro fotográfico das anotações dos alunos e das manipulações realizadas no PhET, postadas na pasta de atividades da turma na plataforma *Google Classroom*.

Por fim, nas seções seguintes trazemos a fundamentação teórica deste trabalho, abordando os obstáculos e desafios no ensino da função quadrática, a Teoria dos Conceitos Figurais e sua associação às tecnologias no ensino de Matemática, ao PhET e ao cenário do ensino híbrido, bem como a metodologia deste trabalho, seus resultados e considerações dos autores.

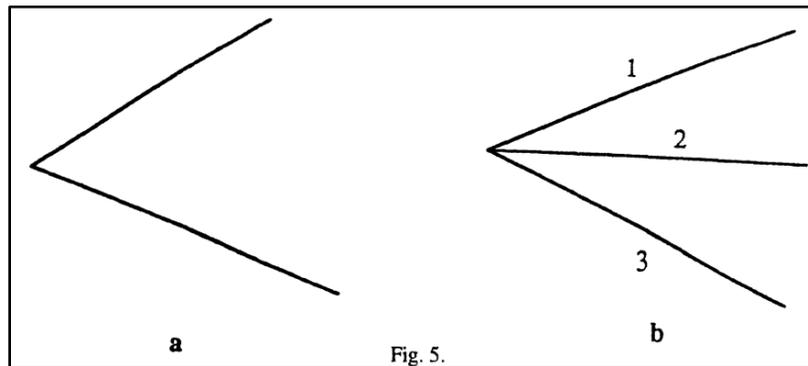
## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O aprendizado do tópico de função quadrática necessita de conhecimentos algébricos e gráficos, bem como uma habilidade de interpretação de seu uso em problemas, sendo ainda um desafio para os estudantes da educação básica, como mostram alguns estudos (Feltes & Puhl, 2016; Vieira et al., 2021; Silva et al., 2021; Bohrer & Tinti, 2021).

Segundo Vieira et al. (2021) o trabalho com funções quadráticas em sala de aula ainda ocorre, em grande parte das vezes, com uso do livro didático e por meio de metodologias tradicionais, em que pouco se sugerem, no contexto das atividades, o uso da tecnologia como forma de facilitar a compreensão deste assunto. Bohrer e Tinti (2021, p. 217) complementam que o uso da tecnologia para o ensino da função quadrática possibilita melhor visualização em relação ao comportamento gráfico das funções, dado o fato de que “as diferentes formas de ver, analisar e compreender os gráficos da função, nos *softwares*, não podem ser mostradas com tanta facilidade nos livros e no quadro-negro”.

Diante dos desafios encontrados no ensino de função quadrática, utilizamos como base a Teoria dos Conceitos Figurais (Fischbein, 1993) para analisar e compreender de que forma os estudantes associam os parâmetros (coeficientes) que compõem a função quadrática às suas representações gráficas, bem como entendem a figura parábola no contexto das funções.

Segundo Fischbein (1993) por meio da natureza dual entre conceito e imagem, pode-se construir uma imagem mental (conceito figural) baseada primeiramente em conceitos previamente estabelecidos e formalizados. Além disso, de maneira geral, as imagens são controladas por conceitos. Entretanto, há casos em que os conceitos não conseguem controlar as imagens. Vejamos um exemplo acerca desta premissa no âmbito da Geometria:



**Figura 1** Exemplo de um conceito sem controle sobre a imagem.

A pergunta referente à Figura 1 foi direcionada a um estudante de 16 anos de idade, o que em nosso sistema educacional seria um aluno na etapa final da Educação Básica. O questionamento era: *Quantos ângulos você vê nas figuras a e b?* A solução apontada pelo estudante foi:

Sempre que vejo duas linhas que se cruzam, sei que o espaço entre as duas linhas está um ângulo. Acho que, em ambas as figuras, só existe um ângulo, embora a princípio eu pensasse que na segunda figura havia dois ângulos. Posso explicar minha suposição. Em primeiro lugar, pensei que, nesta representação, a linha 1 e a linha 2 formam um ângulo, e a linha 2 e a linha 3 formam um segundo ângulo. Porém, agora acho que há apenas um ângulo formado pelas linhas de cruzamento (1, 3) e que a linha 2 é a bissetriz desse ângulo. (Mariotti 1992, apud Fischbein, 1993, p. 151).

Note que, partindo do argumento apresentado pelo estudante, o conceito não teve controle sobre a imagem, de modo que houve uma confusão mental por parte deste estudante. Este, mesmo de posse da imagem, não conseguiu relacionar o conceito de ângulo a uma resposta correta e de forma imediata. Isto porque “a figura ainda carrega consigo características da Gestalt<sup>1</sup> inspiradas na prática” (Fischbein, 1993, p. 152).

Dessa maneira, o conceito de ângulo não controla totalmente a figura e sua interpretação depende, de forma parcial, de restrições não formais. Ou seja, um estudante diante de um problema de Geometria é induzido pelas características figurais em detrimento das definições e restrições formais. Contudo, de modo inconsciente, e em diversas ocasiões, quem determina a imagem mental construída são os conceitos formais. Desta maneira é importante que o estudante

---

<sup>1</sup> Gestalt é uma doutrina da psicologia que, inspirada no trabalho de Max Wertheimer, tem por princípio orientador que o todo é maior do que a soma das suas partes. Ou seja, considera-se que um conjunto de informações é mais relevante do que um trecho e a ideia da totalidade deve ser compreendida para que haja a percepção das partes (Piaget, 1983).

compreenda a diferença entre a definição formal, a imagem (mental) e o conceito figural, pois estas consistem em três categorias de entidades mentais distintas (Fischbein, 1993; Costa, 2020).

Conforme Fischbein (1993), o que retrata um *conceito* é o fato de que este expressa uma ideia, uma forma de representação ideal de uma classe de objetos que apresentam características comuns. Já uma *imagem* (mental) remete à uma representação sensorial de um objeto ou fenômeno. Nesse sentido, o que o autor aponta como *conceito figural* é a expressão de uma realidade puramente mental, sendo uma construção tratada pelo raciocínio matemático no domínio da Geometria. Assim, o conceito figural é totalmente desprovido de propriedades concretas como peso, cor, densidade, etc., contudo traz consigo as propriedades figurais, como explicitado por Fischbein (1993):

Os objetos de manipulação no raciocínio geométrico são as entidades mentais, chamadas de conceitos figurais, que refletem as propriedades espaciais (forma, posição, magnitude) e, ao mesmo tempo, possuem qualidades conceituais – como idealidade, abstração, generalização e perfeição. (Fischbein, 1993, p. 143).

No excerto anterior, com base no ponto de vista do autor, compreendemos que por meio da natureza dual entre conceito e imagem, podemos construir uma imagem mental baseada, a princípio, em conceitos previamente estabelecidos e formalizados. Um exemplo clássico seria a imagem de um quadrado, que não consiste em uma mera imagem desenhada em uma folha de papel de forma arbitrária. Sua concepção, embora possa ser influenciada por um objeto real, parte de uma definição formal dentro de um sistema axiomático que impõe que *um quadrado é um retângulo com todos os lados iguais*. Assim, ao vermos uma imagem que pode parecer um quadrado, devemos entender que o quadrado ‘perfeito’ só existe no domínio da mente.

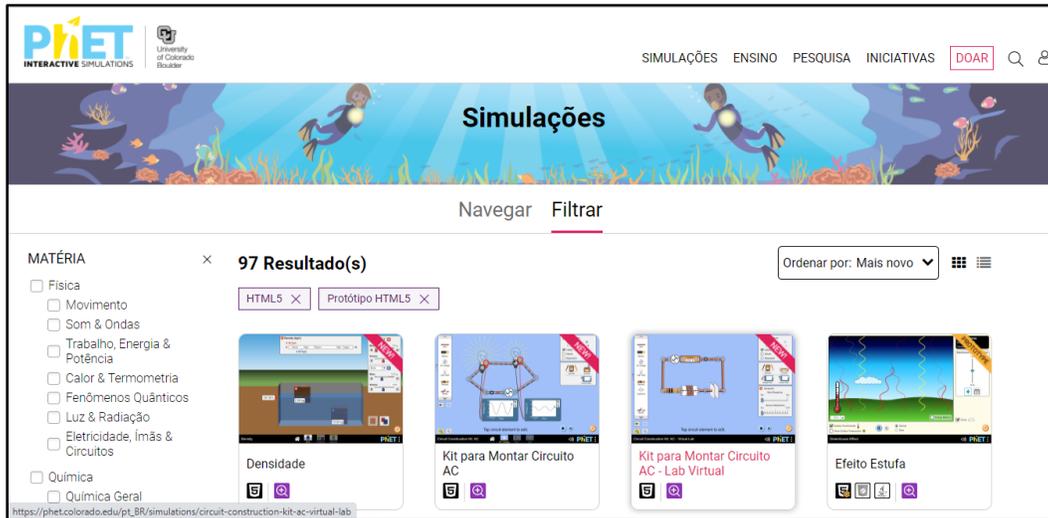
Fischbein (1993), em sua teoria, ao tratar sobre os componentes essenciais dos objetos geométricos – o conceito e a imagem –, afirma que a relação entre estes podem conceber uma aprendizagem de maneira significativa no campo da Geometria, podendo ser estendida para a relação entre a Geometria e a Álgebra, em que a passagem da etapa de experimentação para a abstração demanda equilíbrio entre tais componentes, que podem ser propiciados pelo uso de *softwares* e aplicativos matemáticos. Ainda segundo Fischbein (1993), a particularidade do significado de um conceito figural é que ele inclui imagens como uma propriedade intrínseca, devendo ser estas imagens inteiramente controladas por suas definições.

Alves e Borges Neto (2011) apontam, ainda, sobre a perspectiva de Fischbein, que as imagens (figuras) se constituem em uma entidade mental, elaboradas a partir de um raciocínio geométrico, em que uma figura é diferente tanto de sua definição formal quanto de sua imagem mental e por sua vez é apoiada em uma percepção sensorial de uma representação particular fornecida, o que exige do estudante, nesse sentido, o desenvolvimento de uma percepção visual.

No que diz respeito ao uso da tecnologia para o ensino de funções, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reforça a importância do uso de diferentes recursos digitais para promover a aprendizagem deste assunto, trazendo em suas habilidades específicas a importância da diversificação dos registros de representação matemática (Brasil, 2018), como por exemplo em uma mesma proposta de atividade utilizar anotações manuais em papel e o auxílio de um *software*, plataforma ou aplicativo digital.

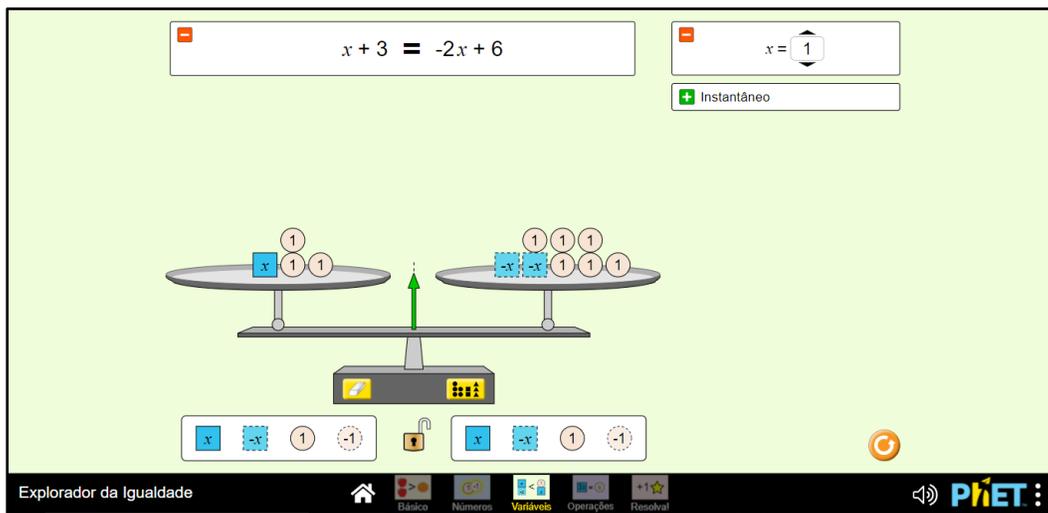
Com isso, trazemos neste trabalho uma atividade voltada para o ensino da função quadrática com uso da tecnologia por meio do PhET Colorado, que é uma plataforma que

disponibiliza simulações interativas direcionadas ao ensino de Ciências e Matemática. A interface de busca por simulações de diferentes assuntos pode ser observada na Figura 2:



**Figura 2** Interface de busca por simulações na plataforma PhET Colorado ([https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/](https://phet.colorado.edu/pt_BR/)).

O docente, ao optar utilizar o PhET como recurso, tem a possibilidade de navegar e escolher dentre as simulações existentes na plataforma por assunto, como exemplificado na Figura 2, adequando o recurso ao seu planejamento de aula. Vejamos na Figura 3 um exemplo de simulação na plataforma, chamada “Explorador da igualdade”:



**Figura 3** Exemplo de simulação na plataforma PhET Colorado ([https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulations/equality-explorer](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/equality-explorer)).

Observe que, nesta simulação, o professor pode trabalhar o assunto de equações algébricas, em que os estudantes utilizam uma balança modelo para solucionar uma equação, dado um valor desconhecido e, por sua vez, podem justificar suas estratégias para resolvê-la. O

estudante também pode resolver e manipular equações substituindo valores diferentes por uma variável, buscando a igualdade na balança, arrastando diferentes elementos para ambos os lados em busca do equilíbrio da balança e entendendo, assim, o conceito de equação de maneira visual e interativa, por exemplo.

Reis e Rehfeldt (2019) apontam alguns princípios empregados pelas simulações disponíveis no PhET, em busca de estimular os estudantes em seu envolvimento com as ciências, que são:

Incentivar a investigação científica; Fornecer interatividade; Tornar visível o invisível; Mostrar modelos mentais visuais; Incluir várias representações (por exemplo, objeto de movimento, gráficos, números, etc.); Estabelecer conexões com o mundo real; Dar aos usuários a orientação implícita (por exemplo, através de controles de limite) na exploração produtiva; Criar uma simulação que possa ser flexivelmente usada em muitas situações educacionais. (Reis & Rehfeldt, 2019, p. 198).

Assim, o PhET é um recurso com grande potencial para auxiliar o estudante em seu aprendizado sobre a função quadrática, em que este pode explorar as simulações de maneira visual e interativa, relacionando seus conceitos às imagens gráficas geradas a partir da manipulação de seus parâmetros, sendo um potencial facilitador da aprendizagem.

Dado o cenário da pandemia, reiteramos que a atividade descrita neste trabalho ocorreu na modalidade de ensino híbrido. Conforme Moran (2015), esta modalidade busca pensar a educação como um processo contínuo de aprendizagem, utilizando não apenas o ambiente da sala de aula, mas as inúmeras possibilidades e ambientes fora dela, combinados ao uso das tecnologias, como forma de incentivar o aprendizado do aluno de forma mais flexível e dinâmica.

No que tange à metodologia sala de aula invertida ou *flipped classroom*, de acordo com Pereira (2020), o estudante desenvolve o protagonismo, sendo o ator principal na construção do seu conhecimento, pois o conteúdo/material a ser ensinado, antes de posse apenas do professor, passa a ser disponibilizado para o estudante a partir de diferentes vias – plataformas *online* ou *offline*, material impresso, redes sociais, etc. – podendo ser explorado dentro ou fora da sala de aula presencial.

Com a adoção da metodologia *flipped classroom*, o que antes configurava uma atividade domiciliar passa a ser executado no domínio da sala de aula, trazendo dinamismo para o ambiente presencial, dado o fato de que definições e conceitos mais complexos podem ser explorados pelo professor durante a aula, uma vez que se pressupõe que o estudante venha para a sala de aula com conhecimentos prévios sobre o assunto em questão.

Partindo do exposto, na próxima seção apresentamos os procedimentos metodológicos deste trabalho, com uma descrição da atividade realizada.

### 3. DESCRIÇÃO DA PRÁTICA EDUCATIVA

A metodologia adotada neste trabalho é de natureza qualitativa, do tipo estudo de caso, em que observamos a desenvoltura dos estudantes diante da atividade proposta por meio do simulador PhET, associada ao modelo de ensino *flipped classroom*. Assim, de acordo com Gil (2002), trazemos uma descrição da situação a partir do contexto em que a investigação está sendo realizada. Contudo, ainda segundo o mesmo autor, os resultados de um estudo de caso “de modo

geral, são apresentados em aberto, ou seja, na condição de hipóteses, não de conclusões” (Gil, 2002, p. 54).

Diante do cenário de transição do ensino remoto para o ensino híbrido e das dificuldades enfrentadas pelos docentes e alunos nesta adaptação, o contexto desta pesquisa foi definido como forma de dinamizar as aulas, estimular e engajar os estudantes que estavam estudando em ambientes físicos diferentes da escola. Nesse sentido, entendemos esta pesquisa como um estudo de caso, pois há a necessidade de compreender um fenômeno – a aprendizagem da função quadrática no modelo de ensino híbrido –, contudo a separação deste fenômeno de seu contexto local e das condições em que este ocorre inviabilizaria sua compreensão.

Além disso, optamos pela realização deste trabalho como forma de experimentar uma metodologia diferente do ensino tradicional, pois de modo geral, “o professor de Matemática tem enfrentado dificuldades para obter retorno positivo dos estudantes em sua disciplina na modalidade remota” (Santiago et al., 2022). Diante das dificuldades dessa modalidade de ensino, que continuaram no período de transição para o ensino híbrido e dada a escassez de pesquisas com esta temática, optamos por elaborar e experimentar esta atividade, considerando o lócus da sala de aula como um laboratório para observarmos a evolução de nossos estudantes e auxiliá-los em seu aprendizado.

A metodologia *flipped classroom* é considerada viável não apenas para o trabalho associado ao modelo de ensino híbrido, mas também em outros contextos, sendo uma maneira de tornar o aluno protagonista de sua aprendizagem e desenvolvimento. Portanto, consideramos esta metodologia relevante e factível para este estudo.

A atividade desenvolvida aborda o assunto de funções quadráticas, tendo como objetivo geral analisar o gráfico deste tipo de função. Já como objetivos específicos, temos:

- Compreender o que ocorre com o gráfico de uma função quadrática a partir da manipulação dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  no simulador PhET Colorado;
- Identificar as coordenadas do vértice da função quadrática e o comportamento do vértice quando manipulados os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  da função;
- Relacionar o discriminante da função do 2º grau com suas raízes a partir de uma perspectiva gráfica.

Desde modo, a atividade foi realizada com um grupo de 45 alunos do 1º ano do Ensino Médio (faixa etária entre 15 e 16 anos) e um professor de matemática, mediador da atividade. O lócus de desenvolvimento da atividade foi uma escola estadual de educação profissionalizante, na cidade de Sobral, Ceará, Brasil. Gostaríamos de deixar reforçar que o professor mediador desta atividade é um dos pesquisadores deste trabalho e também foi responsável pela coleta de dados e observações no decorrer da atividade, logo parte do relato deste estudo ocorre com base em seus estudos, sua perspectiva e experiência docente.

A aula invertida foi dividida em dois momentos, um de forma remota e o outro presencial. Tanto o momento presencial quanto o momento remoto tiveram duração de duas aulas de 50 minutos cada. Também deve ser considerada a variabilidade do tempo de estudos domiciliares, particular de cada estudante envolvido.

Os estudantes já haviam tido uma primeira aula introdutória sobre o conceito de função quadrática e o livro didático foi recomendado como material suporte para tirarem as dúvidas no momento de estudos domiciliares. Todos os estudantes da turma receberam o tablet educacional, fornecido pelo Governo do Estado do Ceará, no entanto, os estudantes que porventura estavam com o tablet com algum defeito de fabricação utilizaram seu próprio celular. Alguns estudantes ao realizarem as atividades domiciliares preferiram também utilizar o celular, por maior familiaridade, hábito ou motivos pessoais.

Vale ressaltar que devido à pandemia COVID-19 e as medidas de distanciamento social, dentre os 45 alunos que compõem a turma, todos participaram do momento de socialização, mas apenas 21 deles estavam de forma presencial na escola, enquanto os demais participaram da discussão transmitida via *Google Meet*, interagindo pelo chat da plataforma. Contudo, todos realizaram e enviaram a atividade proposta.

No momento virtual, os estudantes acessaram a atividade proposta intitulada “Gráfico de Quadráticas”<sup>2</sup> no simulador PhET Colorado em seus dispositivos e manipularam os elementos do gráfico apresentado. Após a manipulação, eles foram orientados a resolver uma atividade direcionada na plataforma *Google Classroom*, acerca da movimentação dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  da função quadrática com o uso do simulador e a partir de suas observações e compreensão sobre o comportamento do gráfico. As questões propostas na atividade estão elencadas no Quadro 1:

**Quadro 1- Questões propostas na atividade**

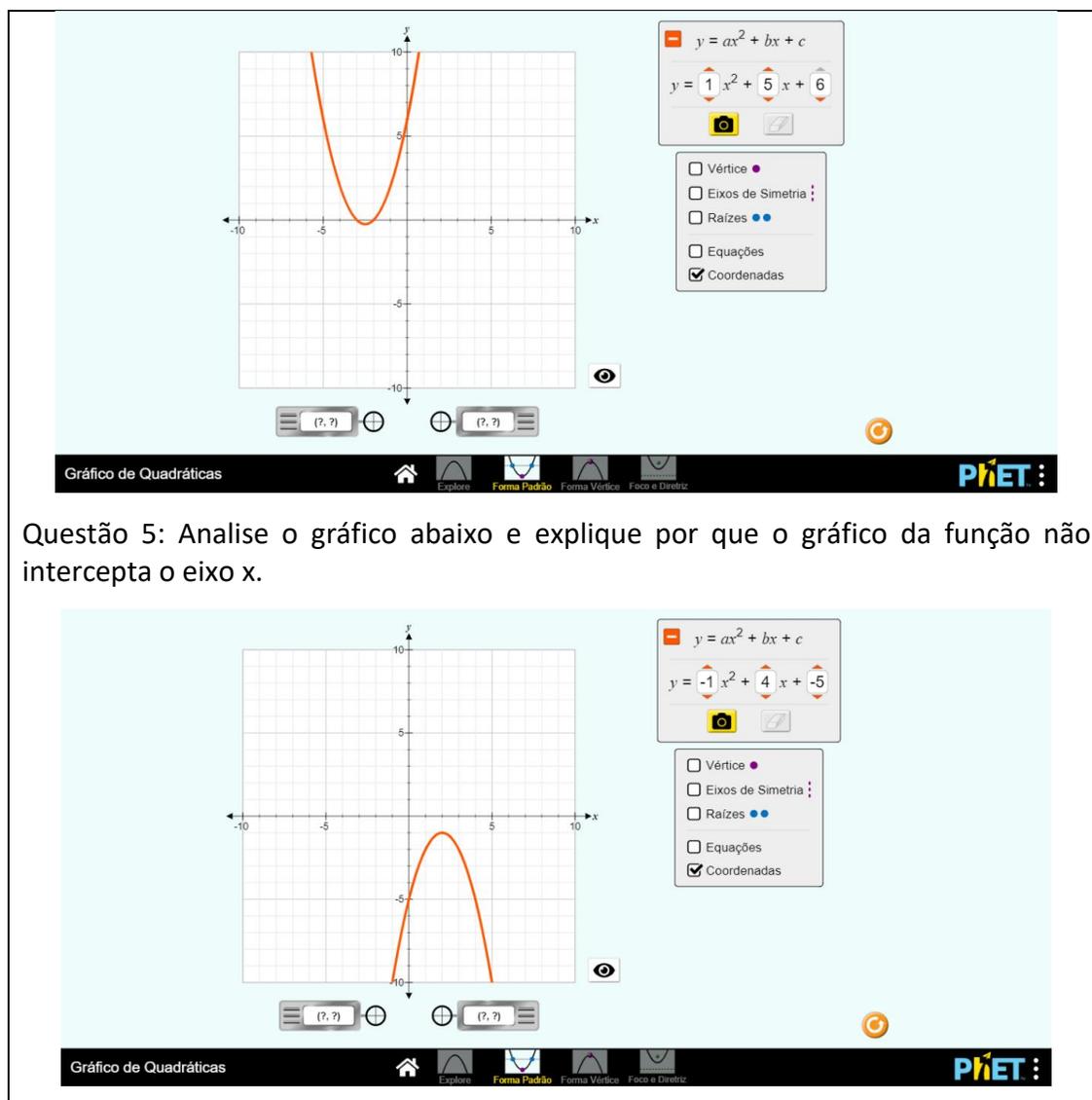
*Questão 1:* A partir da lei de formação da função quadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , a partir da movimentação do parâmetro  $a$  da função, descreva o que ocorre quando  $a > 0$ ,  $a = 0$  e  $a < 0$ .

*Questão 2:* Usando a mesma sequência lógica, descreva o que ocorre quando  $b > 0$ ,  $b = 0$  e  $b < 0$ .

*Questão 3:* Por último, analise o que ocorre com o gráfico quando  $c > 0$ ,  $c = 0$  e  $c < 0$ .

*Questão 4:* Dado o gráfico ilustrado na figura, identifique seus coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , suas raízes  $x'$  e  $x''$  e as coordenadas do vértice  $V(x_v, y_v)$ .

<sup>2</sup> A simulação está disponível no endereço eletrônico: [https://phet.colorado.edu/sims/html/graphing-quadratics/latest/graphing-quadratics\\_pt\\_BR.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/graphing-quadratics/latest/graphing-quadratics_pt_BR.html)



Questão 5: Analise o gráfico abaixo e explique por que o gráfico da função não intercepta o eixo x.

**Fonte:** Elaboração dos autores (2021).

No momento presencial, o professor realizou a mediação e a socialização das respostas dos estudantes feitas anteriormente de modo virtual, apresentando novamente a simulação proposta em sala de aula e verificando com os estudantes a veracidade das asserções apresentadas por eles. A partir daí, o professor solicitou a cada aluno que esquematizasse matematicamente o comportamento de uma função quadrática analisando a manipulação de seus coeficientes com base na atividade realizada no PhET, a discussão com base nas respostas dadas pelos colegas, suas próprias conclusões postadas no *Google Classroom* e o livro didático como suporte teórico.

Para a coleta de dados foram utilizados os registros das respostas dos estudantes na plataforma *Google Classroom* e o registro fotográfico da realização das atividades em sala de aula. Para preservar a identidade dos participantes da pesquisa, os estudantes terão seus nomes representados por E1 (estudante 1), E2 (estudante 2), e assim sucessivamente.

Com base na metodologia delineada, na seção seguinte trazemos os resultados da atividade e sua discussão.

#### 4. ANÁLISE DA PRÁTICA EDUCATIVA E SEUS RESULTADOS

Nesta seção, trazemos uma discussão sobre as respostas apresentadas pelos estudantes à atividade proposta, apoiada pela Teoria dos Conceitos Figurais. Além disso, indicamos alguns registros fotográficos e reflexões sobre o uso do PhET no ensino híbrido e a experiência com uso da metodologia *flipped classroom*.

A partir da simulação disponibilizada e direcionada a esta atividade, iniciamos a discussão pela primeira questão, que solicita ao estudante que descreva o comportamento do gráfico da função a partir da movimentação do parâmetro  $a$ , como ilustrado na Figura 4:

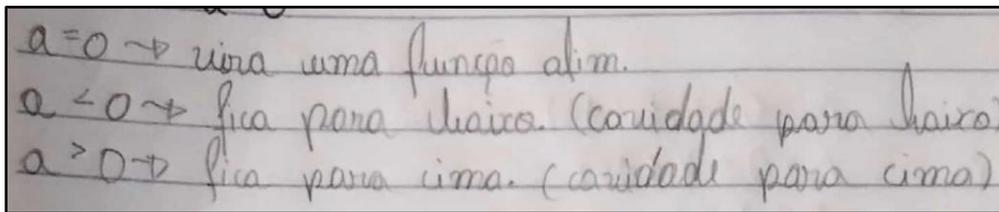


Figura 4 Resposta do estudante E3.

As anotações apresentadas pelo estudante E3 na Figura 4 representam o que foi apontado como resposta pela maioria da turma para a movimentação do parâmetro  $a$ , mostrando que a concavidade (muitos estudantes utilizaram o termo “cavidade”) é voltada para cima, caso  $a > 0$  e voltada para baixo, caso  $a < 0$ . Também vale ressaltar o fato de os alunos terem notado que quando  $a = 0$  a função deixa de ser quadrática.

Nesta questão todos os alunos conseguiram identificar e fazer associações sobre o comportamento da função com base em propriedades intrinsecamente conceituais, apesar do gráfico da função quadrática dentro do PhET não ser um mero conceito, mas sim uma imagem visual (Fischbein, 1993). Estas representações no simulador são exemplificadas na Figura 5:

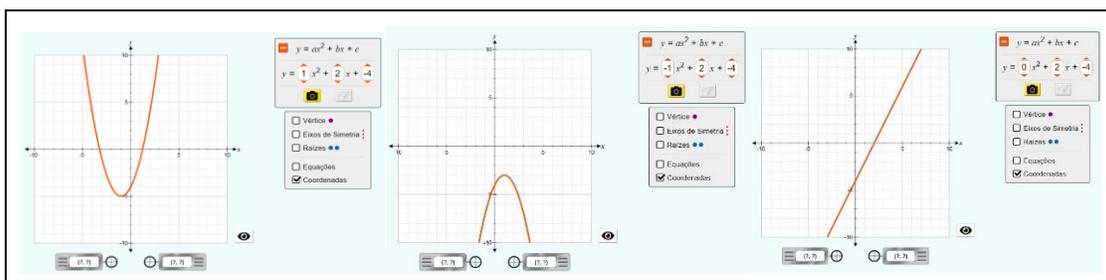


Figura 5 Movimentação do parâmetro  $a$  no PhET.

Com relação à segunda questão, sobre o comportamento do gráfico a partir do movimento do parâmetro  $b$  da função, houve uma maior dificuldade na identificação do que ocorre com a parábola, como ilustrado nas Figuras 6 e 7:

• $B > 0$
• A representação é similar com $A > 0$
• $B = 0$
<del>Não muda</del> Como no eixo $x$ , uma vez
• $B < 0$
• A parábola começa decair no eixo $y$ negativo

Figura 6 Resposta do estudante E5.

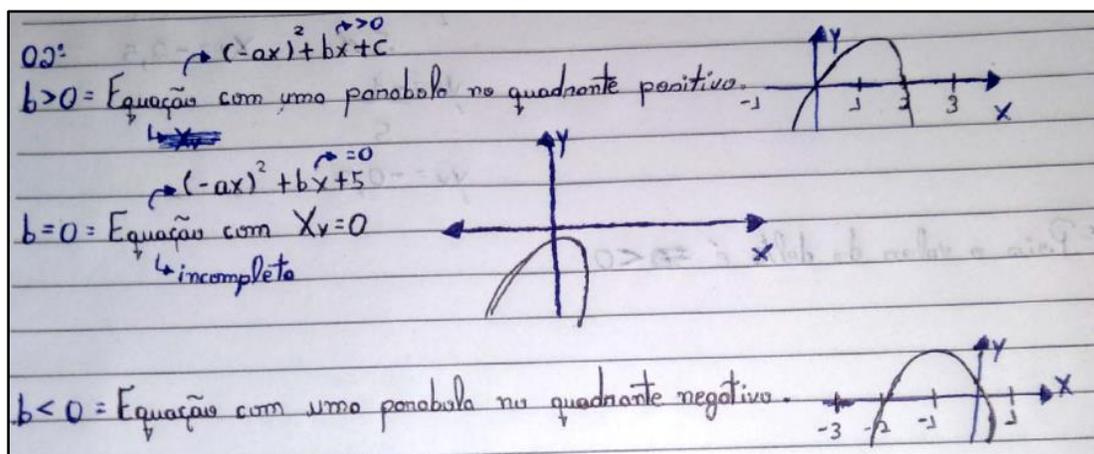


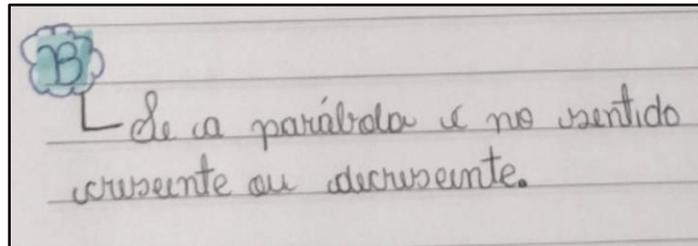
Figura 7 Resposta do estudante E6.

Observe nas Figuras 6 e 7 que os estudantes apresentaram respostas com base apenas na imagem visualizada no PhET, mas que a posição/comportamento do gráfico ao movimentar o parâmetro  $b$ , de algum modo depende dos valores que eles deixaram selecionados para os parâmetros  $a$  e  $c$ . “Há certamente um conflito gerado aqui pelo fato de que os dois sistemas, o figural e o conceitual, ainda não se misturaram em conceitos figurais genuínos” (Fischbein, 1993, p. 148).

Smole e Diniz (2013, p. 115) trazem uma definição para função quadrática como “uma função  $f$ , de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ , que a todo número  $x$  associa o número  $ax^2 + bx + c$ , com  $a$ ,  $b$  e  $c$  reais e  $a \neq 0$ ”, sendo uma definição comum nos livros didáticos. A questão é que, para uma compreensão, de fato, do significado dos coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , são necessários conhecimentos prévios como a relação entre domínio e imagem de uma função, conjuntos numéricos, noções de álgebra e aritmética, além de demandar um nível de abstração para o qual muitas vezes o estudante não se encontra preparado.

Deste modo, os apontamentos dos estudantes E5 e E6 decorrem do que Fischbein (1993) aponta sobre o raciocínio matemático: os objetos materiais - sólidos ou desenhos - são apenas modelos materializados das entidades mentais com as quais o matemático lida. Desta forma, o comportamento de  $b$  no gráfico, enquanto  $a$  e  $c$  não variam, mostra a construção de uma segunda parábola, de concavidade inversa à parábola original. Contudo, o fato deste

comportamento não aparecer de forma explícita no gráfico, necessitando de um apuro abstrato e sensorial maior, pode ter ocasionado os equívocos de interpretação dos estudantes E5 e E6. A forma de se expressar destes estudantes mostra uma lacuna na compreensão do sentido desse parâmetro. Já o estudante E10 apresentou uma resposta diferente dos demais, como mostra a Figura 8:



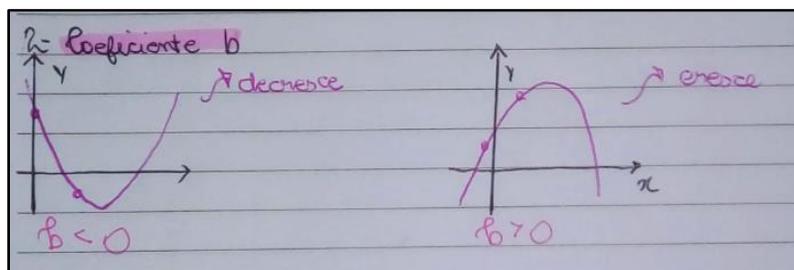
**Figura 8** Resposta do estudante E10.

A resposta de E10 nos mostra que (possivelmente) o estudante entendeu que quando  $b < 0$ , o sentido da parábola é decrescente, a partir do ponto de intersecção da parábola com o eixo  $y$ . De modo análogo, se  $b > 0$ , o sentido da parábola é crescente a partir do ponto de corte da parábola com o eixo  $y$ . Contudo, E10 não conseguiu explicar isto de forma clara, com linguagem matemática adequada. Além disso, nesta resposta não foi apresentada uma argumentação formal sobre o que ocorre quando  $b = 0$ .

A imagem gráfica e sua relação (conceitual) com o parâmetro  $b$  são categorias de entidades mentais distintas e o conceito figural referente a este coeficiente não está aparentemente claro para E10. A lógica mais razoável para sua resposta tem relação com o que Fischbein (1993, p. 144) afirma:

A hipótese mais plausível parece ser a de que lidamos de fato com um jogo em que redes conceituais ativas interagem com fontes imaginativas. Além disso, temos razões para admitir que, no decorrer dessa interação, os significados mudam de uma categoria para a outra, as imagens ganham significado mais generalizado e os conceitos enriquecem amplamente suas conotações e seu poder combinatório. (Fischbein, 1993, p. 144).

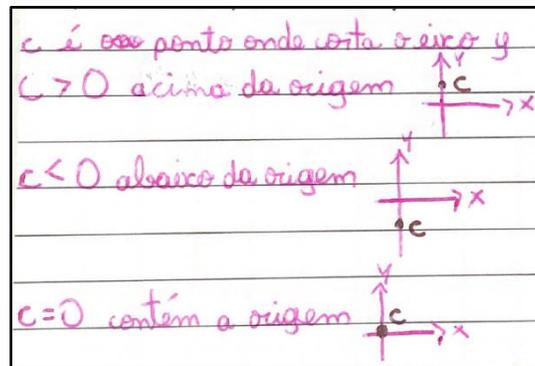
Veja na Figura 9, por uma outra perspectiva: o estudante E12, a partir da dificuldade de se expressar matematicamente, optou por esboçar o que ocorre com o parâmetro  $b$ :



**Figura 9** Resposta do estudante E12.

Na Figura 9 o aluno E12 conseguiu expressar de forma visual o que ocorre com o gráfico da função caso o parâmetro  $b$  seja positivo ou negativo, no entanto, também não deixou claro o que ocorre quando  $b = 0$ . Isso pode nos dizer que os alunos estudam e internalizam este assunto de forma mecanizada, com pouca exploração teórica e pouca compreensão do sentido dos termos matemáticos de forma adequada, o que reforça a importância de se trabalhar sob essa perspectiva, buscando dar significado às funções.

No que diz respeito à terceira questão, sobre o parâmetro  $c$  da função, muitas das respostas estavam corretas, como exemplificado na Figura 10:



**Figura 10** Resposta do estudante E20.

Note que na Figura 10, o estudante E20 sentiu a necessidade de se expressar por meio de um esboço gráfico e de escrever da forma mais simples possível a sua percepção visual a partir da exploração da simulação, conseguindo sintetizar de forma adequada o comportamento do parâmetro  $c$ . Percebemos o início de uma fusão entre conceito e figura, culminando na compreensão do comportamento do gráfico, contudo, devemos lembrar que “é a organização conceitual que deve ditar, completamente, as propriedades e relações figurais” (Fischbein, 1993, p. 150).

Na Figura 11, de forma oposta à E20, o estudante E9 apresentou dificuldades em se fazer compreender ao explicar o que ocorre com o  $c$  da função:

3-3º  $c > 0$  na parábola fica no 1º e no 2º quadrante ficando uma vez no eixo  $x$  e  $y$ .  $c < 0$  toca uma vez na parábola o eixo  $y$  e duas vezes no eixo  $x$ .  $c = 0$  a parábola fica tocando no centro do eixo  $x$ .

**Figura 11** Registro do estudante E9.

Veja que na Figura 11 o estudante E9 analisou o parâmetro  $c$  com base em quantas vezes a parábola corta o eixo  $x$  e o eixo  $y$ , sem levar em consideração que bastava compreender que o  $c$  em uma função quadrática refere-se à intersecção da parábola com o eixo  $y$ . Uma outra

observação é sobre seu comentário para  $c = 0$ , quando o E9 aponta que *a parábola fica tocando no centro do eixo x* ao invés de se referir à origem do plano cartesiano. Mais uma vez chamamos a atenção para as dificuldades de compreensão teórica dos coeficientes da função, ou a desconexão entre a definição formal e a imagem gráfica.

Na questão 4 foi apresentado um gráfico, onde solicitamos aos estudantes que identificassem os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , as raízes  $x'$  e  $x''$  e as coordenadas do vértice  $V(x_v, y_v)$ . Nesta questão, alguns alunos utilizaram apenas as setas do simulador e a imagem apresentada na questão, manipulando os parâmetros no PhET para atender ao que foi solicitado no problema e visualizando estas informações de forma prática, como mostrado na Figura 12:

Coef.	Raízes	Coordenadas
$a = 1$	$x = -3$	$(-2,5, 0,25)$
$b = 5$	$x = -2$	
$c = 6$		

Figura 12 Resposta de E34.

Contudo, outros alunos fizeram de forma demonstrativa, com uso de fórmulas para comprovar o valor das coordenadas do vértice e das raízes, como mostra a Figura 13:

04. $a = 1$ $b = 5$ $c = 6$	$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
$x^1 = -2$ $x^2 = -3$	$\Delta = 25 - 4 \cdot 1 \cdot 6$
$x_v = -b/2a$   $y_v = -\Delta/4a$	$\Delta = 25 - 24$
$x_v = -5/2$   $y_v = -(-1)/4$	$\Delta = -1$
$x_v = -2,5$   $y_v = 1/4$	
	$y_v = 0,25$

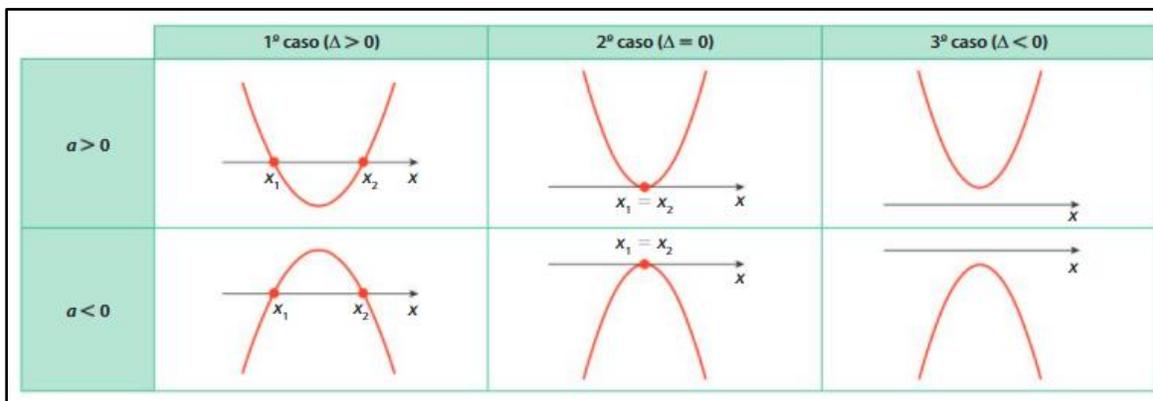
Figura 13 Cálculo demonstrativo da questão 4, realizado por E31.

Observe na Figura 13 que a necessidade de demonstração dos cálculos, mesmo com o simulador PhET fornecendo todas estas informações, é intrínseca à cultura matemática do ensino tradicional, onde deve-se sempre demonstrar por meio de cálculos formais a solução de um problema. Isto gera uma dificuldade no campo da Matemática em particular, em internalizar e aceitar genuinamente alguns conceitos (Fischbein, 1999).

Neste caso o aluno encontra-se “na fase de aplicação concreta de estratégias, emprego de fórmulas, elaboração de desenhos que auxiliam de modo efetivo a identificação de uma solução” (Alves & Borges Neto, 2011, p. 44). Contudo, por vezes, existem outros

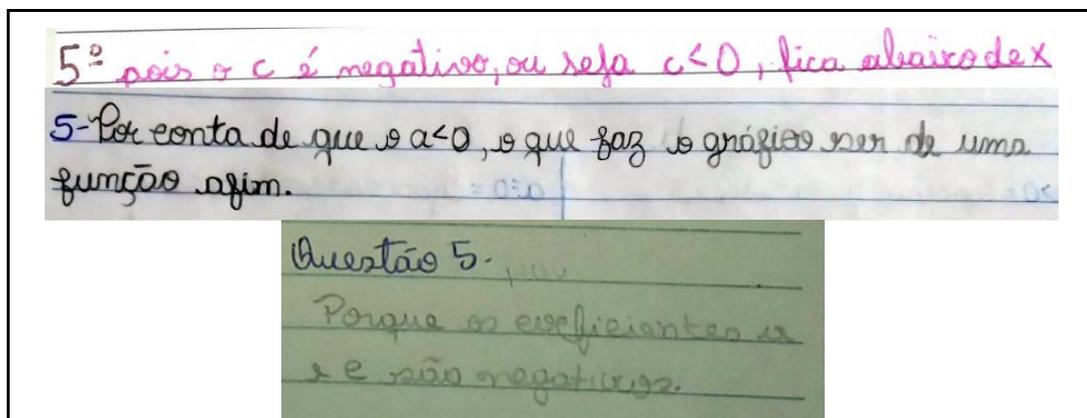
métodos/caminhos para se chegar à solução, sendo o cálculo, neste caso em particular, algo importante para o aluno, mas irrelevante à solução da questão no formato proposto.

Por fim, na última questão foi solicitado aos alunos que observassem um gráfico pré-estabelecido e explicassem o porquê do gráfico não interceptar o eixo  $x$ . Nesta questão, os alunos apresentaram respostas coerentes e muito parecidas, possivelmente pelo livro didático (Leonardo, 2016, p. 116) apresentar esta informação de forma explícita, o que facilitou a compreensão e o uso desta informação de forma associada ao simulador PhET. A ilustração do livro didático pode ser vista na Figura 14:



**Figura 14** Comportamento do gráfico com base no valor do discriminante de uma função quadrática.

A informação disponível no livro didático possivelmente viabilizou as respostas, satisfazendo o que foi solicitado. No entanto algumas interpretações nos chamaram atenção, como ilustradas na Figura 15:



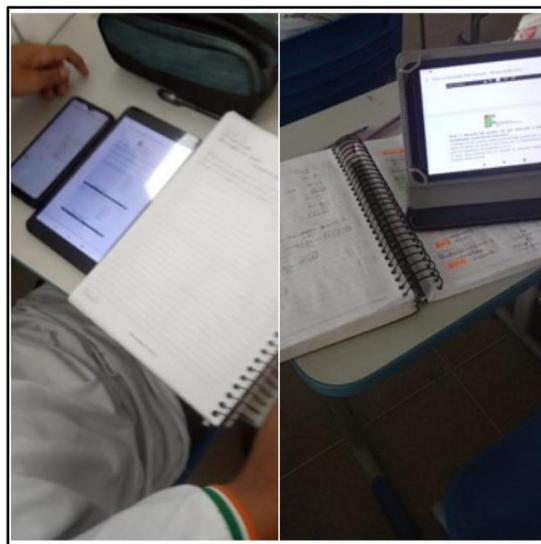
**Figura 15:** Respostas dos estudantes E20, E30 e E42, respectivamente.

Na Figura 15 que os estudantes E20, E30 e E42 apresentaram respostas que destoam da observação do simulador, sendo inadequadas à solução da questão. A resposta de E20 mostra que ele relacionou a posição do gráfico dado apenas ao parâmetro  $c$  da função. Já E30 citou que o discriminante negativo ( $\Delta < 0$ ) torna o gráfico não mais de uma função quadrática, mas de

uma função afim. No entanto, o gráfico que foi apresentado na questão é uma parábola e não uma reta. E por fim, o E42 apresentou uma resposta que relaciona apenas os sinais dos parâmetros  $a$  e  $c$  como determinantes para o gráfico não tocar o eixo  $x$ , sem levar em consideração o sinal do discriminante de fato.

Compreendemos que ocorreu um equívoco na interpretação desta questão por parte destes estudantes de forma específica, possivelmente por não compreender a parte teórica, o que foi esclarecido pelo professor no momento da discussão em sala de aula. Segundo Fischbein (1993) a integração entre as propriedades conceituais e figurais, levando sempre em conta as restrições formais, não ocorre de forma natural na mente do estudante, o que deve ser uma preocupação contínua e sistemática do professor em sala de aula.

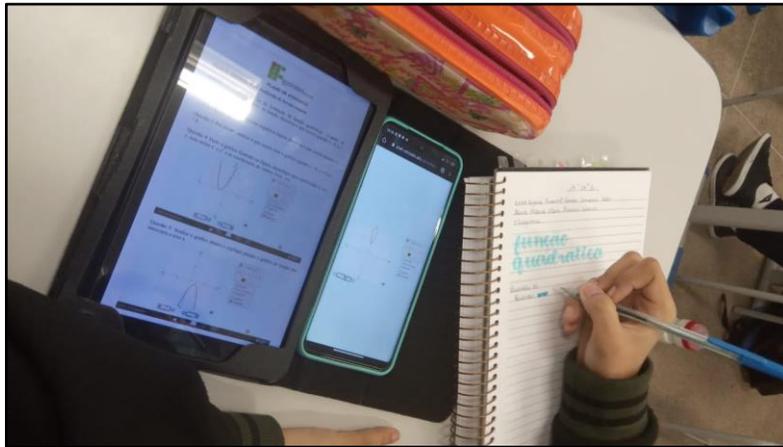
Nas Figuras 16, 17 e 18 seguem registros do segundo momento da atividade, de forma presencial, onde foram discutidas as questões exploradas no PhET e esclarecidas as dúvidas sobre a atividade proposta.



**Figura 16** Registros do encontro presencial.



**Figura 17** Registros do encontro presencial.



**Figura 18** Registros do encontro presencial.

No momento de socialização das respostas, partindo dos comentários dos alunos em sala de aula presencial e de suas resoluções, foi perceptível que a atividade foi bem aceita pelos mesmos. Contudo, alguns deles relataram dificuldades para compreender e interpretar de forma adequada todas as questões com uso do simulador PhET e explicar com uso de linguagem matemática adequada. Outra dificuldade apontada por um pequeno grupo foi a visualização do simulador pelo celular (no caso, apenas os alunos que não tinham como usar o tablet, pelas condições descritas anteriormente), tanto pela tela ser muito pequena, quanto pelo fato destes alunos possuírem celulares de modelos mais antigos, em que ocorreu por vezes uma demora para abrir o PhET e executar os comandos.

A exploração do simulador em sala de aula pelo docente após a realização da atividade em casa, seguindo a metodologia *flipped classroom*, proporcionou um momento de aprendizado dinâmico, em que os estudantes aparentemente se sentiram mais estimulados para participar e suas respostas à atividade proposta ocorreram de forma espontânea.

Na busca pelas causas dos erros explicitados pelos alunos e com base no referencial teórico levantado, podemos perceber que os livros didáticos de matemática abordam o assunto de forma bastante abreviada, o que pode gerar lacunas na aprendizagem, conforme demonstrado na pesquisa de Vieira et al. (2021).

Além disso, como mostram as pesquisas de Bohrer e Tinti (2021), Feltes e Puhl (2016), Vieira et al. (2021), a metodologia dos professores no contexto brasileiro traz consigo alguns hiatos, com aulas tradicionais e pouco uso de recursos tecnológicos ou lúdicos e, assim, os alunos desenvolvem pouco e apresentam uma visão estreita e redutora das funções quadráticas. Há carência de uma discussão mais profunda sobre o conceito de função quadrática em sala de aula, bem como a exploração das múltiplas representações de funções, considerando a relação entre o conceito matemático e a imagem mental, como defendido por Fischbein (1993), explicitado na fundamentação teórica deste trabalho.

As observações e respostas apresentadas pelos estudantes nos possibilitam, enquanto docentes, refletir sobre a nossa prática, no sentido de trazer para a sala de aula materiais e métodos que trabalhem a matemática (principalmente a álgebra) de forma mais clara e concreta

para o aluno, reforçando a importância dos conceitos teóricos para a resolução de problemas que demandam cálculos de forma prática.

O resultado do estudo sugere que os professores de Matemática devem diversificar a escolha de estratégias de ensino para função quadrática na Educação Básica, pois apenas o método de resolução de questões ou problemas e o uso do livro didático não são suficientes para que os alunos aprendam cálculos algébricos e internalizem seu sentido.

Por fim, ressaltamos a importância de atender a sugestão da BNCC, adotando o uso de recursos tecnológicos como forma de levantar os conhecimentos prévios e alavancar as potencialidades dos alunos, tendo em vista que temos uma geração de estudantes conectados, que demandam metodologias de ensino que explorem suas potencialidades.

## 5. CONCLUSÕES E IMPLICAÇÕES

Este trabalho traz a descrição de uma atividade realizada no modelo de ensino híbrido com estudantes do 1º ano do Ensino Médio no estudo da função quadrática, examinada pela óptica da Teoria dos Conceitos Figurais de Efraim Fischbein, em que buscamos analisar a relação entre conceito e imagem demonstrada pelos estudantes por meio de uma simulação na plataforma PhET Colorado.

A Teoria dos Conceitos Figurais embasou a análise dos resultados, mostrando que há certa fragilidade na associação entre os elementos de ordem conceitual de uma função quadrática e sua representação gráfica, enfatizando a importância de se trabalhar este assunto de modo a estimular o estudante a estabelecer hipóteses e enxergar o sentido em situações reais envolvendo este assunto, o que ficou mais evidente devido ao uso do PhET.

A plataforma PhET e suas simulações têm enorme potencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático do aluno. Neste trabalho, observamos que o momento de socialização das respostas foi produtivo, em que os alunos conseguiram visualizar seus erros e refletir sobre os mesmos, bem como internalizar seus acertos e demonstrar entendimento da função quadrática de forma espontânea.

As mudanças no cenário educacional geradas a partir da pandemia do Novo Coronavírus demandam novos métodos de trabalho, diferentes da aula tradicional expositiva. A partir desta experiência refletimos sobre a necessidade de uma nova postura diante da sala de aula, sendo inegável o papel da tecnologia para a evolução e aprendizado dos estudantes e otimização do tempo pedagógico.

Dentre os percalços deste estudo, temos a dificuldade de acesso à internet de alguns estudantes, bem como a falta de equipamentos tecnológicos adequados para o desenvolvimento das atividades domiciliares. Além disso, temos também o fato de que parte da turma participou dos dois momentos da aula de forma virtual, tendo em vista as restrições sanitárias e o distanciamento social impostos pela pandemia COVID-19.

Por fim, esperamos que este estudo possa incentivar outros docentes no trabalho com metodologias ativas e com uso da tecnologia para além do ambiente da sala de aula, explorando outras possibilidades metodológicas para o ensino de Matemática.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao incentivo e aporte financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq para o desenvolvimento desta pesquisa no Brasil.

## REFERÊNCIAS

- Alves, F. R. V., & Borges Neto, H. (2011). A contribuição de Efraim Fischbein para a Educação Matemática e a formação do professor. *Revista Conexão, Ciência e Tecnologia*, Fortaleza, 5(1), 38-54. DOI: <https://doi.org/10.21439/conexoes.v5i1.441>
- Arruda, E. P. (2020). Educação remota emergencial: elementos para políticas públicas na educação brasileira em tempos de Covid-19. *EmRede - Revista de Educação a Distância*, 7(1), 257-275. Recuperado de <https://www.aunirede.org.br/revista/index.php/emrede/article/view/621>
- Bacich, L., Tanzi Neto, A., & Trevisani, F. M. (2015). *Ensino Híbrido: Personalização e Tecnologia na Educação*. Porto Alegre: Penso.
- Bohrer, A., & Tinti, D. S. (2021). Mapeamento de pesquisas sobre a função quadrática em contextos de ensino e/ou aprendizagem da matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(1), 201-230. <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i1p201-230>
- Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação. Brasília, 2018. Recuperado de: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>
- Calil, A. M., Veiga, J., & Carvalho, C. V. A. (2010). Aplicação do *Software* GRAPHMATICA no Ensino de Funções Polinomiais de 1º grau no 9º ano do Ensino Fundamental. *Revista Praxis*, ano II, 4, 17-27. <https://doi.org/10.25119/praxis-2-4-923>
- Costa, A. P. (2020). Pensamento Geométrico: em busca de uma caracterização à luz de Fischbein, Duval e Pais. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 9(18), 152-179, 2020. Recuperado de: <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/651>
- Feltes, C. M., & Puhl, C. S. (2016). Gráfico da função quadrática: uma proposta de ensino potencialmente significativa. *Scientia cum Industria*, 4(4), 202-206. <http://dx.doi.org/10.18226/23185279.v4iss4p202>
- Fischbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162. Recuperado de: <http://www.jstor.org/stable/3482943>
- Fischbein, E. (1999). Intuitions and Schemata in Mathematical Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38(11), 11-50. <https://doi.org/10.1023/A:1003488222875>
- Gil, A. C. (2002). *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo: Atlas.
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. (2019). Ministério da Educação do Brasil. *Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA)*. Recuperado de: <http://portal.inep.gov.br/pisa>
- Maciél, C. R. M. (2018). *A construção do conhecimento matemático com uso das TIC*. Dissertação de Mestrado em Ciências da Educação – Inovação Pedagógica. Universidade da Madeira, Funchal, Portugal. Recuperado de: <https://digituma.uma.pt/handle/10400.13/2244>
- Moran, J. (2015). Mudando a educação com metodologias ativas. In: Souza, C. A., & Morales, O. E. T. (Org.). *Coleção Mídias Contemporâneas. Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens*. Ponta Grossa: UEPG/PROEX, 15-33.
- Oliveira, G. P., & Pereira, A. C. C. (2021). O uso pedagógico de Objetos de Aprendizagem na formação inicial e continuada: construindo conceitos. In: Silva, M. G. V., & Almeida, C. A. S. (org.). *Novas abordagens no ensino de ciências e matemática: soluções didáticas e tecnologias digitais*. Coleção de Estudos da Pós-graduação. Imprensa Universitária UFC: Fortaleza, Brasil, 183-197.

- Reis, E. F., & Rehfeldt, M. J. R. (2019). Software PhET e Matemática: possibilidade para o ensino e aprendizagem da multiplicação. *REnCiMa – Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 10(1), 194-208. <https://doi.org/10.26843/rencima.v10i1.1557>
- Santiago, P. V. S., Sousa, R. T., & Alves, F. R. V. (2022). O ensino de funções do 1º grau por meio da gamificação com o Escape Factory. *Educitec - Revista de Estudos e Pesquisas sobre Ensino Tecnológico*, 8, 1-19. <https://doi.org/10.31417/educitec.v8.1788>
- Silva, L. G., Felício, C. M., & Ferreira, J. C. (2021). Modelagem Matemática: contributos no ensino de função quadrática na educação básica e profissional. *Ensino Da Matemática Em Debate*, 8(2), 138–156. <https://doi.org/10.23925/2358-4122.2021v8i2p138-156>
- Smole, K. S., & Diniz, M. I. (2013). *Matemática: Ensino Médio*. volume 1. São Paulo: Saraiva.
- Vieira, R. P. M., Alves, F. R. V., & Catarino, P. M. M. C. (2021). O ensino da função quadrática por meio do PhET Colorado e da Engenharia Didática. *Revista de Educação Matemática*, 18, 1-19. DOI: [doi.org/10.37001/remat25269062v17id522](https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id522).
- Universidade do Colorado. (2020). *Phet Interactive Simulations*. Recuperado de: [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/](https://phet.colorado.edu/pt_BR/)